

Wolfgang Künne

**Die Philosophische Logik  
Gottlob Freges**

Ein Kommentar

mit den Texten des  
Vorworts zu  
*Grundgesetze der Arithmetik*  
und der  
*Logischen Untersuchungen I–IV*

Klostermann **Rote Reihe**

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek



Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Vittorio Klostermann GmbH · Frankfurt am Main · 2010

Alle Rechte vorbehalten, insbesondere die des Nachdrucks und der Übersetzung. Ohne Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, dieses Werk oder Teile in einem photomechanischen oder sonstigen Reproduktionsverfahren oder unter Verwendung elektronischer Systeme zu verarbeiten, zu vervielfältigen und zu verbreiten.

Satz: LAS-Verlag, Regensburg

Druck und Bindung: Hubert & Co., Göttingen

Gedruckt auf Alster Werkdruck der Firma Geese, Hamburg,  
alterungsbeständig  ISO 9706 und PEFC-zertifiziert 

Printed in Germany

ISSN 1865-7095

ISBN 978-3-465-04062-0

## Vorwort

Dieses Buch enthält in einer historisch-kritischen Edition die Texte, die es in seinem Hauptteil kommentiert: das *Vorwort* (1893) zu Freges *Grundgesetzen der Arithmetik*, in dem er seine fulminante Psychologismus-Kritik vorträgt; die drei von Frege selber veröffentlichten *Logischen Untersuchungen* (1918–1923), in denen er „die Ernte [s]eines Lebens heimbringen“ wollte; und schließlich ein Fragment aus seinem Nachlass, das der Entwurf des Anfangs einer vierten *Logischen Untersuchung* ist.

Die Einleitung lokalisiert das Projekt der *LU* in Freges Leben und Werk. Sie berichtet auch vom Verlauf der Diskussionen, die er zwischen 1911 und 1920 mit dem 41 Jahre jüngeren Wittgenstein führte; denn sie sind für die Würdigung der Texte in diesem Buch wichtig. Überhaupt habe ich mich in dieser Einleitung bemüht, viele biographische Informationen leicht zugänglich zu machen; denn die umfangreiche Frege-Biographie (zit. als *Biogr*), der ich die meisten dieser Informationen verdanke, stellt die Geduld des Lesers nicht nur durch ihren Umfang auf eine sehr harte Probe.<sup>1</sup>

Mein Kommentar zum *Vorwort* hat eine andere Gestalt als der zu den *LU*: in diesem Kapitel bemühe ich mich vor allem darum,

<sup>1</sup> Über den „eben getauften Gottlob Frege“ erfährt man dort, er „mach[e] zunächst nur durch seine Existenz auf sich aufmerksam“. Freges Frau macht erst durch ihren Tod auf sich aufmerksam; denn das ist der Anlass, aus dem sie auf S. 262 zum ersten Mal erwähnt wird – an einer im Personenregister gar nicht vermerkten Stelle. Hier ist wohl einer der vielen Aphorismen zur Lebensweisheit einschlägig, mit denen der Biograph sein Werk schmückt: „So geht es oft im Leben: Mancher bemerkt erst an der Lücke, die jemand hinterläßt, dessen Wert“ (420). In einem Kapitel mit der schwungvoll missglückten Überschrift „Sonnen- und Schattenseiten der Genialität“ erfährt man sowohl durch ein Diagramm als auch durch eine Tabelle, was man als Frege-Leser immer schon wissen wollte, aber sich nie zu fragen traute: wie der Preis für 1 kg Hammelfleisch zwischen 1883 und 1915 in Thüringen schwankte... *Difficile est saturam non scribere*.

diejenigen Begriffsexplikationen und Argumente in früheren Arbeiten Freges und im Haupttext der *Grundgesetze* vorzustellen und zu erörtern, die man sowohl benötigt, um das *Vorwort* ohne das Buch, dem es vorangestellt ist, zu verstehen, als auch, um die *LU* in Freges Gesamtwerk richtig einordnen zu können. Der Kommentar zu den *LU* geht dann deren Text Seite für Seite durch. Hier ist die Gliederung des Kapitels jeweils zugleich ein Vorschlag zur Gliederung des Frege'schen Textes. Im Kommentar zur ersten *LU* wird Freges Philosophie des Geistes und seiner Ontologie mehr Aufmerksamkeit gewidmet als in der Literatur üblich. Da die vierte *LU* Fragment geblieben ist, ziehe ich hier noch extensiver als zuvor andere Texte Freges heran.

Ich habe versucht, die letzten *LU* so zu erläutern, dass sie mit Gewinn auch schon von denen studiert werden können, die gerade einen Grundkurs in Formaler Logik absolvieren und neugierig auf die *Philosophie* der Logik und ihre *Geschichte* sind. Die zweidimensionale Schreibweise, die Frege in seiner „Formelsprache des reinen Denkens“ verwendet, hat sich bekanntlich nicht durchgesetzt. Um der leichteren Lesbarkeit willen verzichte ich in diesem Kommentar darauf, Junktoren und Quantoren im Stil Freges zu notieren.<sup>2</sup> Da der Gebrauch logischer Symbole in der Logik-Literatur des letzten Jahrhunderts ziemlich uneinheitlich ist, war hier eine Entscheidung nötig: Als „formelsprachliche“ Junktoren verwende ich ‘ $\neg$ ’, ‘ $\&$ ’, ‘ $\vee$ ’, ‘ $\rightarrow$ ’ und ‘ $\leftrightarrow$ ’,<sup>3</sup> als „formelsprachliche“ Quantoren ‘ $\forall$ ’ und ‘ $\exists$ ’.<sup>4</sup> Alle diese Symbole und ihre nicht-Frege'schen Bezeichnungen werden in den Kapiteln 3 bis 5 jeweils „an Ort und Stelle“ erläutert, und dort werden auch ihre Konkurrenten vorgestellt.

Um das besondere Profil Frege'scher Stellungnahmen zu Sachfragen herauszuarbeiten, ziehe ich gelegentlich Aristoteles, Leibniz und Kant, Bolzano, Mill und Russell, Sigwart, Brentano, Husserl und Heidegger zum Vergleich heran. (Solche Vergleiche sind mindestens ebenso erhellend, denke ich, wie die mit den *B-Picture*-Philosophen

<sup>2</sup> Freges logische Notation wird in Beaney 1996, App. 3 u. 1997b, App. 2 sorgfältig erklärt. Transkribiert in moderne Notation findet man die Beweise von Teil II der ‘Begriffsschrift’, in Mendelsohn 2005, App. A u. B, die von Teil III in Boolos 1985.

<sup>3</sup> Mit Ausnahme des Negationszeichens allesamt von Hilbert-Ackermann 1928 übernommen.

<sup>4</sup> Im Anschluss an Gentzen 1934, Church 1955 und Hilbert†-Ackermann 1958.

in Freges Umgebung, denen in der Sekundärliteratur oft nachgesagt wird, sie hätten ihn beeinflusst.) Primär geht es in diesem Kommentar natürlich um die Analyse und die Beurteilung von Freges Argumenten. Aber die Klärung historisch-philologischer Fragen zum Frege-Text war mir ebenfalls sehr wichtig; denn es ist an der Zeit, den Werken des Pioniers der modernen Logik und Sprachphilosophie endlich auch in dieser Hinsicht so viel Sorgfalt angedeihen zu lassen wie z. B. Aristoteles' *De Interpretatione*. Schon deshalb, weil sie heutzutage in der Ausbildung der Studierenden des Fachs Philosophie in vielen Ländern eine mindestens ebenso große Rolle spielen. Ich habe zum ersten Mal 1969 als Student am King's College in London von Fräigie gehört. Inzwischen gilt dieser Prophet sogar in seinem Vaterlande sehr viel, und zu dieser Widerlegung von Mt 13,57 hat niemand mehr beigetragen als der Göttinger Philosoph, dem ich dieses Buch widme.

Jeweils am Anfang eines Kommentar-Abschnitts sind in einer Fußnote unter 'VERGLEICHE:' Hinweise auf andere Passagen in Freges Werk (in der mutmaßlichen Reihenfolge ihrer Entstehung) zusammengestellt, die heranzuziehen für das Verständnis des kommentierten Abschnitts förderlich ist. Auch die Hinweise zur Frege-Sekundärliteratur habe ich jeweils am Anfang eines Kommentar-Abschnitts unter 'LITERATUR:' *en bloc* präsentiert. Der Nachteil, dass im Text dann nicht ausdrücklich gesagt wird, welcher Frege-Forscherin oder welchem Frege-Forscher ich worin zustimme bzw. widerspreche, scheint mir durch den Vorteil der Entlastung des allemal sehr umfangreichen Fußnoten-Apparats mehr als wett gemacht zu werden. Im Allgemeinen sind unter jener Rubrik nur Arbeiten registriert, von denen ich auch dann etwas gelernt zu haben glaube, wenn ich mich zu einer ganz anderen Auffassung durchgerungen habe. Die Literatur-Hinweise sind übrigens keineswegs allesamt Hinweise auf Arbeiten *über Frege*. Manche sollen auf wichtige Erörterungen der *Probleme* aufmerksam machen, mit denen Frege ringt. Das Buch endet mit einer schon deshalb sehr langen Frege-Bibliographie. Ich hoffe, dass meine Leserinnen und Leser sie trotzdem nützlich finden werden.

Die Liste derer, die mir geholfen haben, diverse Lücken zu schließen und wenigstens einige Fehler zu vermeiden, ist sehr lang. Für hilfreiche Hinweise danke ich Michael Beaney, Ali Behboud, David Bell, Herbert Breger, Stefania Centrone, Michael Dummett, Thorsten Fellberg, Lisa Grunenberg, Peter Hacker, Nick Haverkamp,

Miguel Hoeltje, Andreas Kemmerling, Wolfgang Kienzler, Jonas Koch, Stephan Kraemer, Edgar Morscher, Christian Nimtz, Günther Patzig, Carlo Penco, Eva Picardi, Ian Rumfitt, Marietje van der Schaar, Sven Schlotter, Martin Schneider, Benjamin Schnieder, Mark Siebel, Peter Simons, Tatjana von Solodkoff, Alexander Steinberg und Göran Sundholm. Dankbar bin ich auch für viele kluge Fragen und Einwände, mit denen ich in Frege-Seminaren und nach Frege-Vorlesungen und -Vorträgen konfrontiert wurde. Für die Organisation dieser Veranstaltungen danke ich Arianna Betti (Amsterdam), Daniel Cohnitz (Tartu/Estland), Sean Crawford (Manchester), Manuel García-Carpintero (Barcelona), Luis Fernández Moreno (Madrid), Edgar Morscher (Salzburg), Massimo Mugnai (Pisa) und Felix Mühlhölzer (Göttingen). Sergey Brin, Larry Page und Jimmy Wales haben mich oft blitzschnell mit nützlichen Informationen versorgt, – dass ich ihnen dafür dankbar bin, werden sie nie erfahren. Für das unermüdliche Herbeischaffen richtiger Bücher aus richtigen Bibliotheken und für große Sorgfalt beim Aufspüren von Corrigenda bedanke ich mich sehr herzlich bei Maria Kuper und Christian Folde, den besten Studentischen Hilfskräften, die ich je hatte. Besonders dankbar bin ich den drei Kollegen, die sich der Mühe unterzogen haben, verschiedene Versionen des ganzen Manuskripts zu kommentieren: die konstruktive Kritik, die Georg Dorn in Salzburg an der schlanken Erstfassung und die Markus Stepanians in Aachen und Mark Textor in London an großen Teilen der nicht mehr gar so schlanken vorletzten Version geübt haben, war eine große Hilfe.

Ich hätte nicht die Muße gehabt, die für das Schreiben dieses Buches und für die parallele Arbeit an einem Buch über Bernard Bolzano nötig war, wenn ich nicht in den Genuss eines zweijährigen *Opus magnum*-Stipendiums der Fritz Thyssen- und der Volkswagen-Stiftung gekommen wäre. Dafür bekunde ich beiden Institutionen meinen Dank. Den größten Dank aber schulde ich meiner Frau Malakeh, weil sie wieder einmal die sozial unerfreulichen Aspekte meiner Besessenheit mit einem Buch geduldig ertragen hat.

*Für Günther Patzig*





# Inhalt

<b>Vorwort</b>	5
<b>I. Einleitung</b>	15
<b>Das Projekt einer Philosophischen Logik in Freges Leben und Werk</b>	15
§1. „Die Ernte meines Lebens“	15
§2. Frege in Jena	24
§3. Gespräche mit Wittgenstein	45
<b>II. Texte</b>	55
Vorbemerkung zur Textfassung	55
Das Vorwort zu Band 1 der <i>Grundgesetze der Arithmetik</i>	57
<i>Logische Untersuchungen</i>	87
<i>Der Gedanke</i>	87
<i>Die Verneinung</i>	113
<i>Gedankengefüge</i>	133
<i>Logische Allgemeinheit</i> (Frgmt.)	157
<b>III. Kommentar</b>	163
<b>Kapitel 1 Frege 1889–1903: Das Vorwort im Kontext</b>	165
Gliederung des <i>Vorworts</i>	165
§1. Was ist eine Begriffsschrift?	166
§2. Grundbegriffe – 1889 ff	180
§2.1. Funktion und Gegenstand	180
§2.2. Bedeutung und Sinn	198
§2.3. Begriffsmerkmale und Begriffe verschiedener Stufen	219
§2.4. Begriffsumfang und Wertverlauf	225
§2.5. Eine echte Aporie?	227
§3. Singuläre Terme mit und ohne Bedeutung	235

§4.	Prädikate mit und ohne Bedeutung . . . . .	249
§5.	Identität, Austauschbarkeit und Bedeutungsverschiebung . . . . .	270
§6.	Wahrheitswerte . . . . .	307
§7.	Das Präfix eines Begriffsschriftsatzes . . . . .	331
§8.	Logischer ‘Antipsychologismus’ (XIV <sub>b</sub> -XVIII <sub>a</sub> ; <i>Ged</i> 58–59a) . . . . .	342
§9.	Objektiv, aber nicht wirklich (XVIII <sub>b</sub> -XXV <sub>b</sub> ) . . . . .	369
<b>Kapitel 2</b>	<b>Frege über Gedanken</b> . . . . .	377
I.	Wahrheit, Gedanke und Satz . . . . .	377
§1.	Logische Gesetze als Gesetze des Wahrseins ( <i>Ged</i> 58–59a) . . . . .	377
§2.	<i>Quaestiones de veritate</i> . . . . .	391
§2.1	Abgrenzungen (59b) . . . . .	391
§2.2.	Was ist wahr? Was ist Wahrheit? (59c–61a) . . . . .	393
§2.3.	Ist Wahrheit eine Eigenschaft? (61b–62a)	410
§3.	Form und behauptende Kraft (62b–63a) . . . . .	423
§4.	Gedanklich irrelevante Inhaltsdifferenzen (63b–64a) . . . . .	444
§5.	Unvollständiger Sinn und schwankender Sinn . . . . .	455
§5.1.	Die Ergänzungsbedürftigkeit indexikalischer Sätze (64b) . . . . .	455
§5.2.	Sätze mit ‘ich’ oder mit eigentlichen Eigennamen (65–66b) . . . . .	467
II.	Sind Gedanken psychische Phänomene? . . . . .	486
§6.	Außenwelt und Innenwelten (66c–68b) . . . . .	486
§7.	Die Welt 3 (68c–69d) . . . . .	502
§8.	Gibt es womöglich nur psychische Phänomene? §8.1. Ein seltsamer Einwurf (69e–72a) . . . . .	507
§8.2.	Zurückweisung des Einwurfs (72b–74a)	511
§9.	Gedanken fassen . . . . .	514
§9.1.	Die Selbständigkeit der Gedanken (74b–75b) . . . . .	514
§9.2.	Ein sensualistisches Vorurteil (75c) . . . . .	526
III.	Sind Gedanken ganz unwirklich? . . . . .	532
§10.	Zeitlosigkeit (76a) . . . . .	532
§11.	Wirklichkeit (76b–77) . . . . .	536

<i>Inhalt</i>	13
<b>Kapitel 3 Frege über Verneinung</b> . . . . .	543
I. Einleitung ( <i>Vern</i> 143–144a) . . . . .	543
II. Eine Verteidigung der Objektivität falscher Gedanken . . . . .	544
§1. Das erste Argument des Opponenten und seine Zurückweisung (144b–146b) . . . . .	544
§2. Das zweite Argument des Opponenten und seine Zurückweisung (146c–147d) . . . . .	552
III. Kritik an einer inadäquaten Konzeption des Verneinens . . . . .	554
§3. Ist Verneinen Trennen? (147e–149d) . . . . .	554
§4. Eine dubiose Einteilung der Gedanken (149e–150c) . . . . .	561
§5. Quelle der Fehlkonzeption (150d–153a) . . . . .	568
IV. §6. Gibt es zwei Weisen des Behauptens und des Urteilens? (153b–154d) . . . . .	572
V. Die Struktur der Verneinung eines Gedankens . . . . .	578
§7. Die Reichweite des Verneinungszeichens (154e–155b) . . . . .	578
§8. Ergänzungsbedürftige Gedanken- und Satzteile (155c–156a) . . . . .	580
§9. Multiple Zerlegbarkeit und doppelte Verneinung (156b–157c) . . . . .	583
<b>Kapitel 4 Frege über Gedankengefüge</b> . . . . .	589
I. Einleitung . . . . .	589
§1. Satz- und Gedankenaufbau (Ggf 36a) . . . . .	589
§2. Ergänzungsbedürftige Gedankenteile (36b–37a) . . . . .	596
§3. Verbindung zweier Gedanken zu Einem (37b–c) . . . . .	599
II. Aufbau von sechs Gedankengefügen mit UND und NICHT . . . . .	601
§4. Konjunktive Gedankengefüge (37d–39e) . . . . .	601
§5. Exklusive Gedankengefüge (40a–41b) . . . . .	618
§6. Rejektive Gedankengefüge (41c–41e) . . . . .	619
§7. Adjunktive Gedankengefüge (41f–43c) . . . . .	620
§8. Subtraktive Gedankengefüge (43d–44a) . . . . .	627
§9. Hypothetische Gedankengefüge (44b–48a) . . . . .	629

III.	Abschließende Betrachtungen . . . . .	642
§10.	Funktionale Vollständigkeit einer Junktoren-Menge (48b–49b) . . . . .	642
§11.	Gedanken-Identität (49c–50a) . . . . .	646
§12.	Inhaltslosigkeit und Evidenz (50b–c) . . . . .	665
§13.	Wahrheitswertfunktionalität (50d–51c) . . . . .	676
<b>Kapitel 5</b>	<b>Frege über <i>Allgemeinheit</i></b> . . . . .	685
§1.	Einleitung: Gesetz und Einzeltatsache ( <i>Allg</i> 278a–b) . . . . .	685
§2.	Allgemeinheit und Gesetz (278c–279c) . . . . .	688
§3.	Umgangssprachliche Darstellungen der <i>Allgemeinheit</i> (279d) . . . . .	698
§4.	Eine begriffsschriftliche Darstellung der <i>Allgemeinheit</i> (280) . . . . .	717
§5.	Die Unterscheidung von Hilfs- und Darlegungssprache (280–281) . . . . .	725
§6.	Eine weitere begriffsschriftliche Darstellung der <i>Allgemeinheit</i> . . . . .	738
<b>Anhang</b>	<b>Frege über metalogische Fragen (und seine Nähe zu Bolzano)</b> . . . . .	759
<b>Bibliographie</b>	. . . . .	771
<b>Personenregister</b>	. . . . .	821
<b>Sachregister</b>	. . . . .	827

# I. Einleitung

## Das Projekt einer Philosophischen Logik in Freges Leben und Werk

### §1. „Die Ernte meines Lebens“

Im November 1918 schrieb der siebzigjährige Gottlob Frege in einem Brief:<sup>1</sup>

In dieser schweren Zeit suche ich Trost in wissenschaftlicher Arbeit. Ich suche die Ernte meines Lebens heimzubringen, damit sie nicht verloren gehe. Für die Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus habe ich einen Aufsatz geschrieben, der demnächst, denke ich, erscheinen wird, und eine Ergänzung dazu, die vielleicht über's Jahr gedruckt werden wird.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Frege wohnte damals mit seinem Adoptivsohn und seiner Haushälterin nur wenige Kilometer von seinem Geburtsort, dem Ostseehafen Wismar entfernt, in Bad Kleinen. In dieser Kleinstadt am Nordufer des Schweriner See (von der die meisten von uns 1993 zum ersten Mal gehört haben, als es dort im Bahnhofsgelände zu einem Schusswechsel zwischen RAF-Mitgliedern und GSG-9-Beamten kam) verbrachte Frege seine letzten Lebensjahre. Seine Frau Margarete war schon 1904 gestorben. Die Ehe war kinderlos geblieben. Das gegenteilige Gerücht in der Literatur geht auf einen Irrtum Wittgensteins zurück (vgl. Geach 1967, 129). 1908 hatte Frege den fünfjährigen Alfred Fuchs in sein Haus aufgenommen. (Dessen Mutter lebte damals in einem Pflegeheim, und sein Vater war in eine Irrenanstalt eingewiesen worden.) Freges Mündel und späterer Adoptivsohn Alfred lebte bis zu seinem Schulabschluss 1923 bei ihm (*Biogr* 499–508). Ihm hinterließ Frege eine Vielzahl von unveröffentlichten wissenschaftlichen Manuskripten und Briefen seiner wissenschaftlichen Gesprächspartner – mit den goldenen Worten: „Wenn auch nicht alles Gold ist, so ist doch Gold darin. Ich glaube, dass manches darin noch einmal weit höher geschätzt wird, als jetzt“ (NS, XXXIV).

<sup>2</sup> WB 45. Die Zitationsweise für die Schriften Freges (ggf. kursive Jahreszahl, kursive Sigle, Seite) wird im I. Teil der BIBLIOGRAPHIE am Ende dieses Buches aufgeschlüsselt; in ihrem II. Teil werden die bei der Anführung der Werke einiger anderer Autoren verwendeten Siglen erklärt. – Eingerückte Zitate stammen genau dann von Frege, wenn sie *nicht* in Anführungszeichen eingeschlossen sind.

Der erste dieser Aufsätze erschien noch 1918 unter dem Titel ‘Der Gedanke. Eine logische Untersuchung’ [fortan: *Ged*], der zweite 1919 unter dem Titel ‘Die Verneinung. Eine logische Untersuchung’ [*Vern*]. 1923, zwei Jahre vor Freges Tod, wurde der Aufsatz ‘Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Gedankengefüge’ [*Ggf*] in derselben Zeitschrift gedruckt. Es war seine letzte Publikation. Ein erst 1969 aus Freges Nachlass veröffentlichtes Fragment mit dem Titel ‘Logische Allgemeinheit’ [*Allg*] sollte offenkundig der vierte (und wohl nicht der letzte) Teil der *Logischen Untersuchungen* [*LU*] werden, die zu vollenden Frege nicht vergönnt war.<sup>3</sup>

„Logic is an old subject, and since 1879 it has been a great one“, schrieb Quine 1950.<sup>4</sup> Freges 1879 erschienene *Begriffsschrift* [*BS*] hatte das Paradigma der ‘Ersten Analytiken’ des Aristoteles endgültig abgelöst. Die *BS* enthält in ihrem II. Teil ein deduktiv vollständiges und konsistentes axiomatisches System der Junktorenlogik (Aussagenlogik) und der Quantorenlogik (Prädikatenlogik) erster Stufe mit Identität, und sie enthält in ihrem III. Teil auch ein konsistentes System der Quantorenlogik zweiter Stufe. Dieses Buch, von Frege „mein Werkchen“ genannt,<sup>5</sup> hatte eine neue Epoche in der Geschichte der Logik eröffnet, aber es sollte noch sehr lange dauern, bis das jemand bemerkte – besonders in Deutschland. 1935 schreibt Jan Łukasiewicz im Journal des Wiener und Berliner Kreises:

„Ich lege Wert darauf festzustellen, was selbst in Deutschland nicht allgemein bekannt zu sein scheint, dass der Begründer der modernen Aussagenlogik Gottlob Frege ist ... Ganz unvermittelt, ohne dass es möglich wäre, eine historische Erklärung anzugeben, entspringt die moderne Aussagenlogik in einer beinahe höchsten Vollkommenheit dem genialen Kopfe Gottlob Freges, dieses größten Logikers unserer Zeiten. Im Jahre 1879 gibt Frege eine kleine, aber inhaltlich schwerwiegende Abhandlung

<sup>3</sup> Dass der Titel, den Frege für seine Logik vorsah, schon von Autoren, die er kannte, verwendet worden war, scheint ihm gleichgültig gewesen zu sein: Fr. Adolf Trendelenburgs 2-bändige ‘Logische Untersuchungen’ hatten zwischen 1840 und 1870 drei Auflagen erlebt, und 1900/01 war die erste, 1913 die zweite Auflage von Edmund Husserls ungleich bedeutenderem gleichnamigen Werk erschienen.

<sup>4</sup> Quine 1950, VII; cp. 1960, 163.

<sup>5</sup> *GG I*, §14.

heraus ... In dieser Abhandlung ist die ganze Aussagenlogik zum erstenmal in streng axiomatischer Form als deduktives System aufgestellt.“<sup>6</sup>

Die Entstehung der *BS* in der Zeit zwischen der Habilitation Freges 1874 und dem 18. Dezember 1878, auf den er das Vorwort datiert, ist in der Tat fast so rätselhaft wie die Geburt der Pallas Athene, die in voller Rüstung dem Haupt des Zeus entspringt.<sup>7</sup> (In meinem Kommentar zu *Vern* und *Ggf* wird es um (sprach)philosophische Aspekte der Frege'schen *Junktorenlogik* gehen.) Höchste Vollkommenheit hätte Łukasiewicz dem Axiomensystem der Frege'schen Quantorenlogik erster Stufe bescheinigen können, und primär um dieses Teils seines Logik-Systems willen pflegt man in Frege heute den Begründer der modernen Logik zu sehen: sie beginnt, wie Quine sagt,<sup>8</sup> erst mit der „emergence of general quantification theory at the hands of Frege and Peirce“, und „Frege got there first“.<sup>9</sup> Erst diese Theorie erlaubte es, Argumente mit multiplen Quantifikationen wie *'Mindestens eine Frau wird von allen Katholiken verehrt'* logisch

<sup>6</sup> Łukasiewicz 1935, 112, 125. Frege und Łukasiewicz wussten nicht, dass der Schotte Hugh MacColl schon 1877 in einem Boole'schen Rahmen ein System der Junktorenlogik vorgelegt hatte, das er als „Calculus of Equivalent Statements“ bezeichnete. Schröder erwähnt diesen Aufsatz 1880 in seiner *BS*-Rezension (s. u.), ohne großen Enthusiasmus und ohne auf diesen Punkt aufmerksam zu machen, und Frege erwähnt MacColl daraufhin beiläufig in *BrL* 16 und *1882a*, 4 als Gewährsmann Schröders. Ende 1900 scheint er Louis Couturat Fragen zu MacColl gestellt zu haben, die wiederum nicht diesen Punkt betrafen (vgl. Couturats Antworten in *WB* 20–23).

<sup>7</sup> Warum Łukasiewicz von „*beinahe* höchster Vollkommenheit“ spricht, werde ich im ANHANG erklären. Dort findet der Leser auch Hinweise darauf, wie Frege selber zu der Idee stand, die deduktive Vollständigkeit, Konsistenz und Unabhängigkeit (Nicht-Abundanz) eines logischen Axiomensystems zu *beweisen*.

<sup>8</sup> Quine 1985, 254.

<sup>9</sup> Nämlich vier Jahre früher als Peirces Schüler und Mitarbeiter Oscar Mitchell in seinem Aufsatz 'On a New Algebra of Logic', in Peirce 1883a, S. 72–106. (Auf S. 71 dieses Bandes erscheint übrigens Freges *BS* in einer Literaturliste.) Vgl. Peirce 1883b, §§ 351–357. In der dritten Auflage seines Logik-Lehrbuchs hat Quine seine eingangs zitierte Bemerkung über das Jahr 1879 nicht wiederholt. Wollte er die Gedenkjahre 1837 (Bernard Bolzano, 'Wissenschaftslehre') und 1854 (George Boole, 'An Investigation of the Laws of Thought') nicht diskriminieren? Quine reagiert damit wohl auf den Einspruch zugunsten der algebraischen Boole/Peirce/Schröder-Tradition in Putnam 1982, der von Bolzano nichts zu wissen scheint.

transparent zu machen. (In meinem Kommentar zu *Allg* wird es um (sprach)philosophische Aspekte der Frege'schen *Quantorenlogik* gehen.)

Freges erste Versuche, erläuternde Aufsätze zur *BS* zu publizieren, scheiterten. So seufzte er in seiner langen Antwort auf eine kurze Postkarte des Brentano-Schülers Carl Stumpf:

Es wird mir schwer in philosophischen Zeitschriften Eingang zu finden. Entschuldigen Sie mein Schreiben mit dem unbefriedigten Bedürfnisse mich mitzuteilen. Ich befinde mich in einem unglücklichen Cirkel: bevor man der Begriffsschrift Beachtung schenkt, verlangt man deren Leistungen zu sehen und diese kann ich wieder nicht zeigen, ohne die Bekanntheit mit ihr vorauszusetzen. So scheint mein ... Buch kaum auf Leser rechnen zu dürfen.<sup>10</sup>

In den folgenden Jahrzehnten machte Frege immer wieder Anläufe zu einem Buch, das seine „grundlegenden logischen Einsichten“ so darstellen sollte, dass unter Symbolophobie leidende Leser nicht abgeschreckt würden.<sup>11</sup> Wohl im Zusammenhang mit seiner Arbeit an den *Grundlagen der Arithmetik* (1884) [*GL*] schrieb er zum ersten Mal einen Text mit der Überschrift 'Logik'.<sup>12</sup> „Ich würde nicht im-

<sup>10</sup> 1882d, WB 163. Hinter dem ersten Satz steht Freges deprimierende Erfahrung mit den beiden erstmals in NS abgedruckten Aufsätzen, der langen Abhandlung *BrL* (1881) und deren Kurzfassung 1882c.

<sup>11</sup> Wer in Abschnitt III der *BS* blättert (oder in Abschn. II und III.2 der *GG*), dem ergeht es leicht wie Thomas Manns Königlicher Hoheit beim Blick in Immas Kollegheft: „Was er sah, war ... ein Hexensabbat ver schränkter Runen. Griechische Buchstaben waren mit lateinischen und mit Ziffern in verschiedener Höhe verkoppelt, durch ... Linien ... zu großen Formelmasen vereinigt ... Kabbalistische Male, vollständig unverständlich dem Laiensinn.“ Im Antrag der Jenaer Philosophischen Fakultät auf Ernennung Freges zum ordentlichen Honorarprofessor hieß es 1896: „Sich in neue, durch ihren Anblick erschreckende Zeichen einzuarbeiten, ist nur Weniger Sache. Dies ist der Grund, daß die bezüglichlichen Schriften [Freges] bisher nur selten gelesen und bis vor kurzem kaum anerkannt worden sind. Doch ...“ (*Jena* 64–65; *Biogr* 380, 386). (In einer späteren Fußnote werde ich Anlass haben, auch die nächsten Sätze des Fakultätsantrags zu zitieren.)

<sup>12</sup> In Freges Inhaltsverzeichnis zu *Log<sub>I</sub>* (NS 1) erinnern unter „C.-D.-E.“ gleich mehrere (im Ms. dann nicht ausgeführte) Ankündigungen an die *GL*: „Unterordnung der Begriffe“ an § 47, „Merkmale“ an § 53, „Definition der Gegenstände“ an § 74 Anm. und „Wiedererkennungsurteil“ an § 62. Außer-



stande sein, diese Logik zu schreiben,“ so merkte er an, „wenn nicht die Bemühung um eine Begriffsschrift vorausgegangen wäre.“<sup>13</sup> In der Einleitung (über die er in diesem Manuskript kaum hinauskam) behandelte er etliche der Themen, die 1918 die ersten beiden Hauptteile von *Ged* beherrschen sollten, und aus dem Inhaltsverzeichnis geht hervor, dass er auch auf die Themen der anderen drei *LU* eingehen wollte.

Von Anfang an versteht Frege in seinen Entwürfen unter einer ‘Logik’ nicht seine Junktoren- und Quantorenlogik, sondern einen philosophischen Traktat über die Konzepte, die für ein angemessenes Verständnis dieser Junktoren- und Quantorenlogik unentbehrlich sind. Manche Teile eines solchen Traktats sind sprachphilosophischen, manche sind erkenntnistheoretischen, manche sind ontologischen Fragen gewidmet. (*Darin* unterscheidet sich ein solcher Traktat nicht von den zahlreichen Büchern, die im 19. Jh. unter dem Titel ‘Logik’ erschienen und von denen Frege im Allgemeinen sehr wenig hielt.) Für unsere Ohren wäre vielleicht der Titel ‘Philosophische Logik’ weniger irreführend. Russell verwendete ihn 1903 für seine Erörterung vieler der Probleme, um die es auch Frege in seinen ‘Logik’-Entwürfen geht,<sup>14</sup> und in der Aufsatzsammlung, die Peter Strawson 1967 unter dem Titel ‘Philosophical Logic’ zusammenstellte, war der erste Aufsatz (die erste englische Übersetzung von) ‘Der Gedanke’.<sup>15</sup> Ist Freges Junktoren- und Quantorenlogik das Paradigma einer Logik im heute üblichen Gebrauch dieses Wortes – ein Gebrauch, der sich auch bei Frege findet und dem sich der Verfasser dieses Buches anschließt –, dann ist eine Philosophische

dem ist „Zerfallen eines Urteils. Begriff, Gegenstand“ eines der Stichworte, die auch an den Brief an Stumpf erinnern, in dem Frege von den *GL* als einem „nahezu vollendeten Buch“ spricht (1882d). Darum plädiere ich für die Datierung auf circa 1883.

<sup>13</sup> *Log*, 6 Anm.; vgl. *BS*, VII.

<sup>14</sup> Russell 1903, XV.

<sup>15</sup> Gefolgt von Grice, ‘Meaning’ und Dummett, ‘Truth’. Davidsons ‘Truth and Meaning’ ist der erste Aufsatz in J. W. B. Davis u. a. (Hg.), ‘Philosophical Logic’ (Dordrecht 1969). Man vergleiche auch die Themen, die im 1972 gegründeten ‘Journal of Philosophical Logic’, in Mark Sainsburys Buch ‘Logical Forms: An Introduction to Philosophical Logic’ (London 1991, 2000), in seinem Überblicksartikel ‘Philosophical Logic’ (in: A. C. Grayling [Hg.], ‘Philosophy’, London 1995) oder in Timothy Smiley (Hg.), ‘Philosophical Logic’, (Oxford 1998) erörtert werden.

Logik genausowenig eine Logik wie ein Stellvertretender Direktor ein Direktor ist. In der Terminologie Brentanos und seiner Schüler kann man sagen, dass das Beiwort in beiden Fällen nicht determinierend, sondern modifizierend gebraucht wird: ein Stellvertretender Direktor ist der Stellvertreter eines Direktors oder einer Direktorin, und eine Philosophische Logik (in dem Sinne, der im Titel dieses Buchs intendiert ist) ist eine Philosophie der Logik.

In der Philosophie der Mathematik war Frege gewissermaßen ein Halbkantianer.<sup>16</sup> An der im ersten Satz seiner Göttinger Dissertation formulierten Hypothese, „dass die ganze Geometrie zuletzt auf Axiomen beruht, welche ihre Gültigkeit aus der Natur unseres Anschauungsvermögens herleiten“, hat er sein Leben lang festgehalten.<sup>17</sup> Kants Theorie der Arithmetik hat er hingegen stets abgelehnt: sein ‘Logizismus’ impliziert, dass die Arithmetik nicht darauf angewiesen ist, „eine reine Anschauung als letzten Erkenntnisgrund anzurufen“ (*GL* §12), und auch in den Skizzen zu einer nicht-logizistischen Grundlegung der Arithmetik aus den beiden letzten Jahren seines Lebens (*1924/25a–c*) hält er noch daran fest, dass die Arithmetik nicht darauf angewiesen ist, so etwas wie eine reine Anschauung der *Zeit* als letzten Erkenntnisgrund anzurufen.

Schon in Teil III der *BS*<sup>18</sup> hatte Frege die These, „dass es keine eigentümlich arithmetische Schlussweisen giebt, welche sich nicht auf die allgemeinen der Logik [sic] zurückführen lassen“ (*1885b*, 95–96), dadurch gestützt, dass er „die rein logische Natur“ der Regel der vollständigen Induktion nachwies.<sup>19</sup> Dass alle scheinbar rein

<sup>16</sup> Dieses Epitheton (das der Philosophie-Historiker Heinrich Ritter 1827 eingeführt hat) wird in J. E. Erdmann 1866 u. a. auf Jäsche, Fries, Hermes und Bolzano angewendet – mit der im Falle Bolzanos ganz abwegigen Begründung, sie hätten „den Kantianismus mit anderen Elementen versetzt“. Meine auf den Bereich der Philosophie der Mathematik eingeschränkte Anwendung des Epithetons dürfte verständlicher sein.

<sup>17</sup> *KS* 1; vgl. etwa *KS* 50, *GL* §§14, 89 und *1924/25c*, NS 298. Vgl. dazu Dummett, FOP, Kap. 7.

<sup>18</sup> Resümiert in Beaney 1997, 75–78.

<sup>19</sup> Diese Regel, die Frege und seine Zeitgenossen als „Bernoullische Induction“ bezeichneten (*BS* §27, S. 64; *BrL* 35; *1914b*, NS 219), erlaubt, von einer Wahrheit der Form ‘Die Eigenschaft E kommt der Zahl 1 zu, und wenn E irgendeiner positiven ganzen Zahl  $n$  zukommt, dann kommt sie auch der Zahl  $n+1$  zu’ überzugehen zu ‘E kommt jeder positiven ganzen Zahl zu’.

arithmetischen *Schlussregeln* auf logische reduzierbar sind, ist die erste der 'logizistischen' Thesen Freges.

Um diese Reduzierbarkeit im Fall der vollständigen Induktion zu beweisen, war es nötig, für den Begriff des Folgens in einer Reihe eine Definition vorzulegen, deren Definiens ausschließlich im Vokabular der „Formelsprache des reinen Denkens“<sup>20</sup> formuliert ist.<sup>21</sup> Unter vorläufigem Verzicht auf den Gebrauch begriffsschriftlicher Zeichen<sup>22</sup> versuchte Frege dann in den *GL*, auch durch Definitionen der Begriffe der Anzahl, der Null und der Eins die zweite seiner 'logizistischen' Thesen plausibel zu machen: Die „Urba[u]steine“ der Arithmetik sind allesamt „rein logischer Natur“ (1885*b*, 96), d. h. Begriffe, die in der „Formelsprache des reinen Denkens“ ausdrückbar sind, genügen, um alle arithmetischen *Begriffe* explizit zu definieren.

Zwischen 1885 und 1891 veröffentlichte Frege nichts, und er scheint in dieser Zeit auch keine wissenschaftlichen Briefe geschrieben oder empfangen zu haben. Dann erschienen in dichter Folge drei Aufsätze, in denen er Mängel in der philosophischen Basis seiner ersten beiden Bücher beseitigte und die konzeptuellen Neuerungen motivierte, die in seinem dritten Buch zur Anwendung kommen sollten: 'Function und Begriff' [*FuB*], 'Über Sinn und Bedeutung' [*SuB*]<sup>23</sup> und 'Ueber Begriff und Gegenstand' [*BuG*]. Wichtige Ergän-

<sup>20</sup> Untertitel der *BS*: vgl. dazu Kommentar zum 'Vorwort' der 'Grundgesetze', Kap. 1, §1. *Verweise auf Kapitel und Paragraphen des vorliegenden Buches und seine Einleitung werden fortan so abgekürzt: 1-§1 u. EINL-§1.*

<sup>21</sup> *GL*, IV, §§ 80, 108; vgl. 1914*b*, NS 219–220.

<sup>22</sup> Wie ihm Carl Stumpf empfohlen hatte (WB 257), in einem Brief, der offensichtlich eine Antwort auf 1882*d* ist. Wir wissen nicht, wie es zu diesem Briefwechsel kam. Als Frege in Göttingen studierte (SS 1871–SS 1873), war Stumpf dort Privatdozent für Philosophie. Er war in Göttingen im Oktober 1870 mit einer Arbeit über mathematische Axiome habilitiert worden (die erst 2008 veröffentlicht wurde [s. u. BIBL.]), und er hielt dort Vorlesungen und Seminare über antike Philosophie und über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung (bis er im Herbst 1873 Brentanos Nachfolger in Würzburg wurde). Frege hat keine dieser Veranstaltungen belegt. Gleichwohl könnte er Stumpf damals natürlich persönlich kennengelernt haben. Der Anfang des Briefs, den Frege 1882 nach Prag sandte, wo Stumpf seit 1879 Professor war, zeigt, dass es vorher einen Austausch zwischen ihnen gegeben hat (WB 163).

<sup>23</sup> Diesen Aufsatz scheint Frege in einem Brief an den Hg. einer Zeitschrift als „Logische Abhandlung“ bezeichnet zu haben (WB 48, s. u. 198), und wenn er es getan hat, dann hätte er dieses Epitheton den beiden anderen

zungen finden sich in 1892c. (Diese Aufsätze werden in Kap. 1 des Kommentars eine prominente Rolle spielen, und wir werden Anlass haben, sie auch in den Kap. 2–5 immer wieder heranzuziehen.) In den unvollendet gebliebenen *Grundgesetzen der Arithmetik* (1893, 1903) [GG I, II] wollte er die Richtigkeit der *dritten* seiner ‘logizistischen’ Thesen nachweisen: In seiner „Formelsprache“ ausdrückbare logische Axiome genügen, um alle arithmetischen *Wahrheiten* deduktiv zu beweisen.<sup>24</sup> „Die Anzahlen antworten auf die Frage: ‘wieviele Gegenstände einer gewissen Art giebt es?’[,] während die reellen Zahlen als Maaszahlen betrachtet werden können, die angeben, wie gross eine Grösse verglichen mit einer Einheitsgrösse ist“ (II, S. 155). Unter der Überschrift „Beweise der Grundgesetze der Anzahlen“<sup>25</sup> legt Frege zunächst eine Theorie der natürlichen Zahlen vor, die deren Rolle beim *Zählen* nie aus dem Auge verliert, und im II. Bd. präsentiert er unter der Überschrift „Die Grössenlehre“<sup>26</sup> einen wesentlichen Teil seiner Theorie der reellen Zahlen, in der das *Messen* nicht wie in anderen Theorien „ohne innern, im Wesen der Zahl selbst begründeten Zusammenhang rein äusserlich angeflickt wird“ (II, S. 157).

Frege hatte wenig Hoffnung, dass er durch die Publikation der GG, die er auf eigene Kosten drucken lassen musste,<sup>27</sup> seinen Ideen nun endlich zum Durchbruch verhelfen werde. Im Vorwort zum ersten Band schrieb er: „Es kommt mir so vor, als müsste der von mir gepflanzte Baum eine ungeheure Steinlast heben, um sich Raum und Licht zu schaffen.“<sup>28</sup> 1897 oder später schrieb er einen umfang-

Aufsätzen sicher auch gegönnt. *SuB* ist heute wohl einer der meistgelesenen philosophischen Aufsätze der letzten 120 Jahre. Rudolf Carnap berichtete 1947 (118–119): „Except for Russell [1903b, 1905] ..., Frege’s paper seems to have been neglected for about half a century, until Alonzo Church began, several years ago [in 1940], to point out repeatedly [its] importance“.

<sup>24</sup> Hilfreiche Gesamtdarstellungen der begriffsschriftlichen Junktoren- und Quantorenlogik in den verschiedenen Fassungen der *BS* und der *GG* findet man in Kneale 1962 und von Kutschera 1989, Kap. 3 u. 7.

<sup>25</sup> *GG I*, S. 70–251 u. *II*, S. 1–68.

<sup>26</sup> *GG II*, S. 163–252.

<sup>27</sup> „Die Bequemlichkeit des Setzers“, da hat Frege sicher recht, „ist denn doch der Güter höchstes nicht“ (1896a, 364). Aber Deduktionen in seiner zweidimensionalen Notation typographisch zu gestalten, ist auch heute noch so aufwendig, dass seit der Erstausgabe der *GG* nur reprographische Nachdrucke erschienen sind.

<sup>28</sup> *Vorw* (hier abgedruckt) XXV<sub>b</sub>.

reichen Text mit dem Titel 'Logik' [*Log<sub>2</sub>*], auf den er offenkundig zurückgriff, als er die erste *LU* verfasste.<sup>29</sup> Das immens lehrreiche Manuskript schließt mit Ausführungen über „Die Verneinung“ und „Verbindung von Gedanken“. Zwei Skizzen eines Logik-Buches aus dem Jahre 1906 folgen bereits demselben Plan wie die (vier) *Untersuchungen*.<sup>30</sup> Aber – und das ist wichtig für ihre Interpretation – das Themenspektrum ist diesmal breiter: Auf die Behandlung der Allgemeinheit folgt hier eine Erörterung des Unterschieds zwischen Sinn und Bedeutung.<sup>31</sup> In seinen Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter schildert Frege ein Jahr nach der Publikation von *Ged* „das Eigenartige [seiner] Auffassung der Logik“, und auf die Skizze seiner Überlegungen zu den Themen Gedanke, Verneinung, Gedankengefüge und Allgemeinheit folgen auch hier Ausführungen über Sinn und Bedeutung.<sup>32</sup> Das legt die Vermutung nahe, dass diese Distinkti-

<sup>29</sup> *Log<sub>2</sub>*. Die von den Hg. angeführten Indizien für die Datierung auf 1897 (NS 136, Anm.) sind auch mit einer Entstehungszeit verträglich, die viel dichter an der von *Ged* liegt. Klar ist eigentlich nur, dass der Text nicht vor Februar 1897 geschrieben wurde: NS 158. Dieses Indiz, ein Zitat, scheint identisch zu sein mit demjenigen, das Scholz von dem in *Katalog* Nr. 2 beschriebene Logik-Ms. sagen lässt: „Nicht vor 1897 (Zitat S. 66)“. Das andere Indiz, ein für ein Beispiel gewähltes Datum, fand sich vielleicht auch in diesem Ms. (Jedenfalls kommt sein Kontext in der Inhaltsangabe von Nr. 2 ebenfalls vor.) Nun ist dieses Ms. ganz offenkundig eine Vorstufe von *Log<sub>2</sub>*. Es könnte sein, dass Frege es erst viel später zu *Log<sub>2</sub>* ausgearbeitet hat, ohne dabei die beiden 1897er Spuren zu verwischen. Aber vielleicht haben die Hg. von NS recht. Warum hat Frege diesen sorgfältig formulierten Text, dessen langer erster Teil die Problematik von *Ged* fast vollständig abdeckt und für diesen Teil auch mit einer detaillierten, fast vollständigen Inhaltsangabe versehen ist, dann mehr als 20 Jahre lang ungenutzt in einer Schublade liegen lassen? Vielleicht deshalb, weil ihn erst die Arbeit an *GG II* an weiterer Beschäftigung mit diesem Entwurf gehindert hat und dann die Lähmung durch den Russell-Schock (s. u. §2).– Eine Kurzbeschreibung von (weiteren) „Vorstudien zu: Der Gedanke“ findet man in *Katalog* Nr. 10.

<sup>30</sup> 1906d; n.1906.

<sup>31</sup> 1906d, NS 208–212.

<sup>32</sup> 1919c, NS 275. Darmstaedter, Chemiker, Vf des 'Handbuchs zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik' (Berlin <sup>2</sup>1908) und erfolgreicher Industrieller, schenkte seine umfangreiche Sammlung von Autographen der Königlichen, später Preußischen Staatsbibliothek und wurde zu ihrem Direktor ehrenhalber ernannt (vgl. H. Wefing, 'Was Deutschland seinen jüdischen Sammlern verdankt', FAZ, 13.12.2006). Freges Originalmanuskript ist im Besitz der Staatsbibliothek (NS 273 Anm.; WB 27).

on in der vollendeten Fassung der *LU* nicht weniger Gewicht gehabt hätte als in den Aufsätzen der frühen neunziger Jahre.

## §2. Frege in Jena

Als Frege 1918 in Jena emeritiert wurde, hatte er vierundvierzig Jahre lang an der Universität dieser Stadt gelehrt. 1874 hatte er sich mit seiner Arbeit über „Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Größenbegriffes gründen“<sup>33</sup> unter dem Dekanat des nachmals berühmten Zoologen Ernst Haeckel habilitiert und die *Venia docendi* für Mathematik erhalten.<sup>34</sup> Der beigefügte Lebenslauf ist der einzige autobiographische Text aus Freges Feder, den wir kennen:

Ich, Friedrich Ludwig Gottlob Frege, wurde am 8. Nov. 1848 zu Wismar geboren. Mein Vater, Alexander, welcher dort Vorsteher einer höheren Töchterschule war, wurde mir im Jahre 1866 durch den Tod entrissen. Meine Mutter, Auguste, geb. Bialloblotzki, ist noch am Leben.<sup>[35]</sup> Ich wurde im lutherischen Glauben erzogen. Nachdem ich fünfzehn Jahre das Gymnasium meiner Vaterstadt besucht hatte, ward ich um Ostern 1869 mit dem Zeugnisse der Reife entlassen <sup>[36]</sup> und lag zwei Jahre in Jena, dann

<sup>33</sup> KS 50–84.

<sup>34</sup> „Die erforderlichen Subsistenzmittel“, heißt es im Gutachten der Fakultät, „sind durch eine Erklärung der Mutter des Herrn Dr. Frege gewährleistet“ (*Biogr* 129–130).

<sup>35</sup> Alexander F., Sohn eines Hamburger Kaufmanns und Konsuls, hat Theologie studiert. (In der Literatur hält sich hartnäckig das Gerücht, er sei Pfarrer gewesen.) In Wismar erschien 1862 in 3. Aufl. sein ‘Hülfsbuch zum Unterrichte in der deutschen Sprache für Kinder von 9 bis 13 Jahren’ und 1866 ‘Die Entwicklung des Gottesbewusstseins in der Menschheit in allgemeinen Umrissen dargestellt’ (*Biogr* 5–9, 176–182; Gabriel & Kienzler 1994, 1061–1062). Die Pfarrerstochter Auguste F., deren Vorfahren im 17. Jh. aus Polen eingewandert waren, war Lehrerin. Sie übernahm nach dem Tode ihres Mannes für 10 Jahre die Leitung der Privatschule und zog 1879 zu G., dem älteren ihrer beiden Söhne, nach Jena. Sie starb dort 1898 (*Biogr* 10–11, 378, 508–509).

<sup>36</sup> Er erhielt die Abschlussbewertung ‘Erster Grad’, die bei sehr guten Kenntnissen in allen Lehrfächern ausgesprochen wurde, – in der Maturitätsprüfung hatte er u. a. diverse deutsche Texte ins Lateinische, Griechische und Französische zu übersetzen (*Biogr* 38, 48). [Dass der Abiturient Frege, wie der Vf von *Biogr* unter Berufung auf „Fachberatung“ behauptet, auch

### III. Kommentar





# Kapitel 1

## Frege 1889–1903: Das *Vorwort* im Kontext

### Vorbemerkung.

Nach der Exposition des Konzepts einer Begriffsschrift, an dem Frege in allen Phasen seines Denkens seit 1879 festgehalten hat, erörtere ich in den §§2–7 dieses Kapitels Grundbegriffe und fundamentale Thesen, die für Freges Philosophische Logik spätestens seit 1889 (wie aus *Katalog* Nr. 30 hervorgeht) bis mindestens 1903 (also bis zu dem Jahr, in dem der zweite Band der *Grundgesetze* erschien) konstitutiv waren. Diese Konzepte und Positionen muss man kennen, um Teil I des *Vorworts* zu *GG* mit Gewinn studieren zu können. Die beiden letzten Paragraphen des Kapitels sind in einem direkteren Sinne ein Kommentar zu Teil II des *Vorworts*, für das ich die folgende Gliederung vorschlage:

- I. Das Programm der *Grundgesetze* und ihre Stellung zur zeitgenössischen Mathematik<sup>1</sup>
  - 1 Das Euklidische Ideal (Seite V)
  - 2 Differenzen zur *Begriffsschrift* und zu den *Grundlagen* (S. IX<sub>b</sub>)<sup>2</sup>
  - 3 Kritik an der zeitgenössischen Mathematik (S. XI<sub>b</sub>)
- II. Der verderbliche Einbruch der Psychologie in die Logik
  - 4 Wahrheit und Fürwahrhalten (S. XIV<sub>b</sub>)
  - 5 Objektivität und Wirklichkeit (S. XVIII<sub>b</sub>)
  - 6 Fallstudie: Benno Erdmanns Versinken in den Idealismus (S. XIX<sub>b</sub>)
  - 7 Existenz und Wirklichkeit (und andere feine Unterschiede) (S. XXIV<sub>b</sub>)
- III. Eine schwache Hoffnung (S. XXV<sub>b</sub>)

<sup>1</sup> Dieser (und nur dieser) Teil des *Vorworts* wurde oben gekürzt.

<sup>2</sup> Die Ziffern stehen für die Seitenzahlen des Originaldrucks, die man in der obigen Edition zwischen fetten eckigen Klammern im Text findet. Die tiefgestellten Buchstaben ‘a’, ‘b’, etc. stehen für: erster Absatz (in der ersten Zeile der fraglichen Seite beginnend), zweiter Absatz, etc.

## §1. Was ist eine Begriffsschrift?<sup>3</sup>

*[L]a bonne caracteristique est une des plus grandes aides de l'esprit humain.*

Leibniz, N. E. IV, 7, §6 (A VI.6: 411)

Etwas ist verwirrend am Titel von Freges Hauptwerk, 'Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet'. Mit dem Obertitel kann nicht gemeint sein: Grundgesetze für die Arithmetik; denn dann passt der Untertitel nicht, – die logischen Grundgesetze werden ja nicht abgeleitet. Wenn gemeint ist: arithmetische Grundgesetze, so irritiert der Gebrauch des Substantivs,<sup>4</sup> denn ein Gesetz, das den Titel 'Grundgesetz' verdient, ist, wie Frege mit Leibniz sagt, „eines Beweises weder fähig noch bedürftig (*n'est point capable d'estre prouvée et n'en a point besoin*)“.<sup>5</sup> Der erste Satz des Vorworts macht klar, worum es Frege geht: Arithmetische Axiome sollen aus logischen Grundgesetzen als Theoreme abgeleitet werden, und alle Ableitungen sollen „begriffsschriftlich“ erfolgen.

Merkwürdig sind erst recht Obertitel und Untertitel von Freges erstem Buch. Das Wort 'Begriffsschrift' ist kein Frege'scher Neologismus. Frege dürfte es einem 1856 in der Berliner Akademie der Wissenschaften gehaltenen Vortrag Trendelenburgs 'Über Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik' entnommen haben.<sup>6</sup> Auch Trendelenburg hat das Wort nicht eingeführt. Schon

<sup>3</sup> VERGLEICHE: *BS*, Vorwort; *BrL*; 1882a–d; *Log*; *GL* §91; 1896a, bes. 362c–365b, 370b–371a.

LITERATUR: Diamond 1984; Sluga 1987; Beany 1996, 37–64; Majer 1996; Peckhaus 1997, Kap. 5–6; Barnes 2002; Textor 2010, Kap. 2. [TITEL 'GG']: Kienzler 1997. [TRENDELENBURG]: Dathe 1995, 247; Gabriel 2006. [HUMBOLDT; CHAMPOLLION]: Thiel 1993; Barnes 2002. [ARISTOTELES]: Weidemann 2002, 134–151. ['LINGUA CHARACTERICA']: Thiel 1965, 9; Patzig 1966b. [LEIBNIZ' SEMIOTIK]: Burkhardt 1980, 186–205 u. 111–126; Rutherford 1995.

<sup>4</sup> Abschnitt II von *GG I* ist überschrieben: „Beweis der Grundgesetze der Anzahl“.

<sup>5</sup> *GL* §3; Leibniz, N. E., Buch IV, Kap. 9, §3 [A VI.6: 434]. In *GL* §§6 u. 17 (s. o.) zitiert und bespricht Frege Passagen aus IV, 7, §§9–10 dieses Werks. Er dürfte die Formulierung also seiner Leibniz-Lektüre (und nicht der Sekundärquelle Lotze 1880, Buch 2, §200) verdanken. Er hat die 'Nouveaux Essais' in J. E. Erdmanns Leibniz-Ausgabe gelesen.

<sup>6</sup> Trendelenburg (1856, 39=1867, 4) wurde schon von Scholz oder seinem

1824 hatte Wilhelm von Humboldt es in zwei Berliner Akademie-Abhandlungen verwendet. „Die Schrift“, so sagte Humboldt, „stellt ... entweder Begriffe, oder Töne dar, ist Ideen-, oder Lautschrift“, und er nannte die Ideenschrift auch „Begriffsschrift“.<sup>7</sup> Dieses Wort ist vielleicht Humboldts Eindeutschung eines Ausdrucks, dem er in dem Schreiben begegnet war, mit dem Jean-François Champollion die Entzifferung der ägyptischen Hieroglyphen mitgeteilt hatte: Die Zeichen einer „ideographischen (*idéographique*) Schrift bilden Ideen und nicht Töne ab“.<sup>8</sup> Was die Frage nach dem Verhältnis der hörbaren zu den sichtbaren sprachlichen Zeichen angeht, steht Humboldt in der aristotelischen Tradition:<sup>9</sup> „Allein das tönende Wort ist gleichsam eine Verkörperung des Gedanken, die (Buchstaben-)Schrift eine des Tons.“ Da die fraglichen Töne

Mitarbeiter Friedrich Bachmann als Quelle vermutet: BSA 115, KS 437<sup>9</sup>. Der einzige Literaturhinweis in der *BS* (S. V) bezieht sich auf Trendelenburgs Abhandlung. Vermutlich wurde Frege von seinem Kollegen Eucken, der bei Trendelenburg studiert hatte, auf sie hingewiesen; denn der nahm in Eucken 1879 (S. 6), also im selben Jahr wie Frege, auch selber auf sie Bezug. Ein Jahr nach Trendelenburgs Vortrag erschien in Prag eine Arbeit über Leibniz, in der dessen Allgemeine Charakteristik als „Begriffsschrift“ bezeichnet und als abwegig verworfen wird (Kvét 1857, 34). Auf dieses Büchlein verweisen Trendelenburg 1867, 4. Anm., und Ueberweg 41874, §27.– Der *BS*-Rezensent Schröder kannte das Wort ‘BS’ wohl auch durch Trendelenburg (1880, 81). Vgl. auch unten, S. 726 n.

<sup>7</sup> Humboldt 1824a, 40–41; vgl. 1824b, 112–13.

<sup>8</sup> An der *BS*-Rezension des Mathematik-Historikers und Descartes-Herausgebers Paul Tannery (*Revue philosophique de la France et de l'étranger* 8 [1879], 108 f) befremdet u. a., dass er das Titelwort für kaum übersetzbar erklärt. Dabei bietet sich ‘idéographie’ doch an, und dieser Titel dürfte französischen Ansprüchen an Eleganz auch eher genügen als ‘Représentation écrite des concepts’. In Peano 1895, 122 wird ‘BS’ mit ‘ideografia’ wiedergegeben, und in der italienischen Übersetzung (in Geymonat & Mangione 1965) trägt die *BS* diesen Titel. Jourdain hat ‘BS’ (in seinem Frege-Artikel, in den er Freges Anmerkungen zu seinem Manuskript aufgenommen hatte) vielleicht besser ins Englische übersetzt als alle Übersetzer nach ihm: ‘ideography’ (Jourdain 1912, WB 275, Anm. 4, *et passim*; vgl. auch seine Einleitung zu Jourdain & Stachelroth 1915, 482).

<sup>9</sup> Aristoteles, *De Interpretatione* 1: 16<sup>a</sup>3–4, 10: Inskriptionen (*τὰ γραφόμενα*) sind Symbole für mündliche Äußerungen (*τὰ ἐν τῇ φωνῇ*), und mündliche Äußerungen sind Symbole für Gedanken (*νοήματα*). [Frege meint freilich mit ‘Gedanken’ nicht wie Aristoteles „Widerfahrnisse in der Seele (*παθήματα ἐν τῇ ψυχῇ*)“.]

selber Zeichen sind, ist die (Buchstaben-)Schrift nur „Zeichen des Zeichens“.<sup>10</sup>

Wie will Frege den Ausdruck ‘Begriffsschrift’ verstanden wissen? Im Vorwort zur *BS* schreibt er:

[Ich wollte wissen,] wie weit man in der Arithmetik durch Schlüsse allein gelangen könnte, nur gestützt auf die Gesetze des Denkens, die über allen [sic] Besonderheiten erhaben sind... Damit sich hierbei nicht unbemerkt etwas Anschauliches eindrängen könnte, musste Alles auf die Lückenlosigkeit der Schlusskette ankommen... Aus diesem Bedürfnisse ging der Gedanke der vorliegenden Begriffsschrift hervor. Sie soll also zunächst dazu dienen, die Bündigkeit einer Schlusskette auf die sicherste Weise zu prüfen... Deshalb ist auf den Ausdruck alles dessen verzichtet worden, was für die *Schlussfolge* ohne Bedeutung ist. Ich habe das, worauf allein es mir ankam, in § 3 als *begrifflichen Inhalt* bezeichnet. Diese Erklärung muss daher immer im Sinne behalten werden, wenn man das Wesen meiner Formelsprache richtig auffassen will. Hieraus ergab sich auch der Name ‘Begriffsschrift’. (*BS*, IV.)

Demnach bezeichnet er seine Formelsprache zumindest *auch* deshalb als eine Begriffsschrift (*BS*),<sup>11</sup> weil mit ihren Sätzen nur *begriffliche* Inhalte ausgedrückt werden können. Nach *BS* § 3 haben zwei Sätze genau dann denselben begrifflichen Inhalt, wenn alles, was man aus dem einen in Verbindung mit gewissen anderen Sätzen schließen kann, auch aus dem andern in Verbindung mit jenen Sätzen geschlossen werden kann. Zwei Sätze unserer Sprache, die nach Freges Kriterium denselben *begrifflichen* Inhalt haben, brauchen nicht denselben Inhalt zu haben. Ist Letzteres der Fall, so enthält mindestens einer dieser Inhalte eine Komponente, die für die Rolle des Satzes in Deduktionen irrelevant ist. Schon hier wird deutlich, dass nicht jede *BS* im Humboldt’schen Verständnis auch eine im Sinne Freges ist. Die Beschränkung auf den Ausdruck des begrifflichen Inhalts soll es erleichtern, die Forderung der „Lückenlosigkeit einer Schlusskette“ zu erfüllen. Diese Forderung konnte Frege in einem Buch finden, aus dem er mehrfach zitiert, in J. E. Erdmanns Ausgabe von Leibnizens *Opera Philosophica*: „Will man eine Wahrheit aus ei-

<sup>10</sup> Humboldt 1824b, 109; 111, 113. Vgl. Hegel 1830, § 459.

<sup>11</sup> Ich verwende das Kürzel ‘*BS*’ (kursiv) als Buchtitel und ‘*BS*’ (normal) als generellen Term, der auf gewisse Schriftsprachen zutrifft.

ner anderen ableiten, muss man auf eine gewisse Verkettung achten, die ohne Unterbrechung sein sollte (*Pour tirer une vérité d'une autre il faut garder un certain enchaînement qui soit sans interruption*)<sup>12</sup>.

In einer (Frege'schen) BS wird alles mit *maximaler Explizitheit* ausgedrückt: es gibt hier kein *sous-entendu*, „nichts wird dem Errathen überlassen“ (BS §3).<sup>13</sup> Eine Schlusskette ist nur dann lückenlos, wenn jeder deduktive Schritt explizit durch eine Deduktionsregel gerechtfertigt ist. In dieser Hinsicht lässt die „Sprache des Lebens“, lassen „Volkssprachen“<sup>14</sup> wie die unsere viel zu wünschen übrig:

Ein streng abgegrenzter Kreis von Formen des Schließens ist in der Sprache ... nicht vorhanden, sodaß ein lückenloser Fortgang an der sprachlichen Form von einem Ueberspringen von Zwischengliedern nicht zu unterscheiden ist... Die logischen Verhältnisse werden durch die Sprache fast immer nur angedeutet, dem Errathen überlassen, nicht eigentlich ausgedrückt. (1882b, 51.)

Wörter wie 'also', 'folglich' ... deuten zwar darauf hin, dass geschlossen wird, sagen aber nichts über das Gesetz, nach dem geschlossen wird, und können ohne Sprachfehler auch gebraucht werden, wo gar kein logisch gerechtfertigter Schluss vorliegt. (1896a, 362/363.)

Ein begriffsschriftlich notiertes 'also' signalisiert immer ein deduktives Argument, und es wird stets von der Information begleitet, welche Deduktionsregel den Übergang legitimiert.

In der Abhandlung 'Booles rechnende Logik und meine Begriffsschrift' (*BrL*), die keine Zeitschrift drucken wollte, zeigt Frege auch

<sup>12</sup> Leibniz 1676b, 674<sub>1</sub> [A VI.3: 670].

<sup>13</sup> Dieselbe Wendung findet sich auch in Trendelenburg 1867, 45 und Lotze 1878, 239.

<sup>14</sup> „Sprache d. Lebens“: BS, V; *Log<sub>2</sub>* 148; 1899b, WB 63; 1906a, I: 302; 1914b, NS 230; *Ggf* 45b–46b; (1924/25a, NS 293). „Volkssprache“: 1896b, 55 (WB 183). Beides besser als die gängige Rede von 'natürlicher Sprache'; denn schließlich ist nicht nur eine 'künstliche Sprache' wie Freges Begriffsschrift, sondern auch die Sprache, in der dieses Buch geschrieben ist, Menschenwerk. Statt sich am Unterschied zwischen Kunst- und Feldblumen zu orientieren, sollte man die Differenz, um die es hier geht, lieber, wie Patzig vorschlägt. „am Bild der 'gegründeten' Stadt in ihrem Unterschied zur 'gewachsenen' Stadt zu begreifen suchen. Beide sind Menschenwerk, aber die eine ohne Plan allmählich fortgebaut, die andere nach regelhaftem Grundriß entworfen“ (FBB(P), xiv).

an der Art und Weise, wie im Deutschen durch Nominalkomposita komplexe Begriffe ausgedrückt werden, dass die „Volkssprachen“ dem Desiderat der maximalen Explizitheit nicht genügen:

Der Inhalt ... soll [in einer BS] genauer als durch die Wortsprache wiedergegeben werden. Diese überlässt nämlich Manches dem wenn auch noch so leichten Erraten. Die Zusammensetzung der Wörter entspricht nur unvollkommen dem Bau der Begriffe. Die Bildung der Wörter „Berggipfel“ und „Baumriese“ ist gleichartig, obwohl die logische Beziehung der Bestandteile aufeinander verschieden ist. Letztere wird demnach gar nicht ausgedrückt, sondern muss erraten werden. Die [sc. Wort-]Sprache deutet ... oft nur an, was eine Begriffsschrift völlig ausdrücken soll. (*BrL* 13.)

Ein Baumriese ist ein Baum, aber ein Berggipfel ist kein Berg:– in einer BS müssten Nominalkomposita stets in derselben Reihenfolge aus Grund- und Bestimmungswort komponiert sein. Papiertaschentücher sind immer aus Papier, Papierkörbe hingegen fast nie; Juweliendiebe stehlen Juwelen, aber Taschendiebe klauen selten Taschen; Gesprächspausen sind Pausen in einem Gespräch, während Denkpausen nicht das Denken unterbrechen; Regenschirme schützen vor Regen, Bildschirme aber keineswegs vor Bildern:– in einer BS müssten die durch unsere Nominalkomposita ausgedrückten Begriffe so ausgedrückt werden, dass die Relation zwischen dem, was das Grundwort des Kompositums, und dem, was das Bestimmungswort bezeichnet, jeweils explizit angegeben ist.

Maximale Explizitheit schließt Mehrdeutigkeit aus. Dass mit gleichlautenden Worten verschiedene Gedanken ausgedrückt werden, „widerspricht dem Gebote der Eindeutigkeit, dem obersten, das von der Logik an eine Sprache oder Schrift gestellt werden muß“.<sup>15</sup> Es „sollte in einem vollkommenen Ganzen von Zeichen jedem Ausdrücke ein bestimmter Sinn entsprechen“ (*SuB* 27d). Damit will Frege zunächst einmal lexikalische und syntaktische Ambiguität verbieten. Sätze wie ‘Ben hat einen Kater’ (‘Our mothers bore us’) und ‘Alte Männer und Frauen gehen im Park spazieren’ (‘*Aio te, Aeacida, Romanos vincere posse*’<sup>16</sup>) darf es in einer

<sup>15</sup> 1906a, II: 385 Anm.; vgl. 1882b, 50.

<sup>16</sup> Diesen lateinischen Hexameter (in dem es zwei Kandidaten für die Rolle des Subjekts im A. c. I. gibt) legt der Dichter Ennius der delphischen Pythia

BS also nicht geben. In ‘Mozart starb in Wien’ (‘Dr. Lescarbault suchte Vulkan’) ist das letzte Wort ein singulärer Term, aber in ‘Triest ist kein Wien’ (‘In Italien gibt es mehr als einen Vulkan’) ist es ein genereller Term (*BuG* 200): eine solche Doppelrolle darf ein begriffsschriftlicher Ausdruck nicht spielen. In den drei Sätzen ‘Anna und Ben sind verwandt’, ‘Anna und Ben sind ein Paar’ und ‘Anna lebt in Wismar, und Ben lebt in Jena’ spielt das Wort ‘und’ drei ganz verschiedene Rollen:<sup>17</sup> In einer BS dürfen das ‘und’, mit dem man eine symmetrische Relation zuschreibt, das ‘und’, mit dem man aus Namen einen Namen bildet, und das ‘und’, mit dem man aus Sätzen ein Satzgefüge bildet, nicht durch ein und dasselbe Zeichen repräsentiert werden. Sigwart hat auf die „Eigenthümlichkeit der neueren deutschen Sprache“ aufmerksam gemacht, „dass sie für *ότε* (*ötav*) und *ει*, für *quando* und *si*, für *when* und *if* nur Ein Wort hat“.<sup>18</sup> In einer BS darf das temporale ‘wenn’ in ‘Wenn [=: zu der Zeit, zu der] morgen früh die Sonne aufgeht, sitze ich schon im Zug’ nicht durch dasselbe Zeichen wiedergegeben werden wie das konditionale ‘wenn’ in ‘Wenn [=: falls] dieser Stab aus Kupfer besteht, ist er ein elektrischer Leiter’. Herstellung von Eindeutigkeit erfordert also *Disambiguierung*.

In einer BS muss man sich allein im Rekurs auf die syntaktische Form der Prämisse(n) und der Konklusion eines Arguments davon überzeugen können, dass ein Übergang durch eine bestimmte Deduktionsregel, beispielsweise *Modus ponendo ponens*,<sup>19</sup> legitimiert ist. Darf man von ‘Wenn X ein Dorf mit hundert Einwohnern ist, dann gibt es in X keine Bank’ und ‘X ist ein Dorf mit hundert Einwohnern’ zu ‘Es gibt in X keine Bank’ übergehen? Diese Frage kann nicht allein im Blick auf die syntaktische Form der Bausteine des

als Antwort auf eine Anfrage des makedonischen Königs Pyrrhus in den Mund. Ihre Worte können bedeuten *Ich sage, Nachfahre des Aiakos, dass du die Römer besiegen kannst*, aber auch ..., *dass die Römer dich besiegen können*.

<sup>17</sup> *GL* §70; 1902b, WB 222; 1914b, NS 246. Vgl. 4-§4.

<sup>18</sup> Sigwart 1871, 45. Zu Sigwart und Frege s. u. §3 und §8.

<sup>19</sup> Nicht unter diesem Namen ist dies die einzige (offizielle) BS-Schlussregel in der BS (§6) und eine von etlichen BS-Schlussregeln in den *GG* (*I*, §14; §48, Nr. 6). Der lateinische Name der Regel erklärt sich aus ihrer traditionellen Formulierung: „*Posita conditione ponatur conditionatum* [wenn die Bedingung gesetzt ist, darf das Bedingte gesetzt werden]“ (Ueberweg <sup>1</sup>1857–<sup>3</sup>1882, §122).

Arguments entschieden werden; denn 'Bank' könnte ja im Nachsatz der ersten Prämisse soviel wie 'Geldinstitut' und in der Konklusion soviel wie 'längliche Sitzgelegenheit' heißen, und dann ist der Schluss nicht gültig.

Spätestens seit den neunziger Jahren wollte Frege mit seiner Eindeutigkeitsforderung auch etwas aus einer BS verbannen, was mit lexikalischer oder syntaktischer Ambiguität nichts zu tun hat. Worum es ihm dabei geht, kann man u. a. dem folgenden Text entnehmen (in dem er die Formulierung des Explizitheitsdesiderats aus der *BS* fast *verbatim* wiederholt):

Für ein Zeichensystem, das zum wissenschaftlichen Gebrauche dienen soll, ist das wichtigste Erfordernis das der Eindeutigkeit... Die Sätze unserer Sprache überlassen manches dem Erraten. Und das richtige Erraten wird durch die begleitenden Umstände möglich. Der Satz, den ich ausspreche, enthält nicht immer alles Erforderliche, manches muss aus der Umgebung, aus meinen Handbewegungen und Blicken ergänzt werden. Aber eine für den wissenschaftlichen Gebrauch bestimmte Sprache darf nichts dem Erraten überlassen. (1914b, NS 230; vgl. *Ged* 64b.)

Um zu erkennen, welchen Gedanken eine Äußerung von 'Das ist ein Bahnhof' ausdrückt, muss man wissen, auf welches Gebäude der Sprecher zeigt oder welches er anblickt. Davon ist auch abhängig, ob eine Äußerung der Form 'Das ist ein Bahnhof, und das ist ein Einkaufszentrum, also gibt es etwas, das ein Bahnhof und ein Einkaufszentrum ist' ein schlüssiges Argument ist. Herstellung von Eindeutigkeit im Sinne Freges erfordert also auch *Dekontextualisierung*: Ein Satz, den man in einer BS hinschreibt, muss *selber* alles enthalten, was für die Identifikation des ausgedrückten Gedankens erforderlich ist.

Was genau Frege in *BrL* mit 'Wortsprache' meint, wird deutlich, wenn er an der Stelle, an der ich ihn oben unterbrochen habe, fortfährt:

In mehr äusserlicher Weise unterscheidet sich diese [eine BS] von der Wortsprache noch dadurch, dass sie aufs Auge statt aufs Ohr berechnet ist. Das ist die Wortschrift zwar auch, da sie aber die Wortsprache einfach abbildet, so kommt sie der Begriffsschrift kaum näher, ja sie entfernt sich eher noch weiter von ihr, weil sie aus Zeichen von Zeichen, nicht von Sachen besteht. Eine *lingua characterica* soll, wie Leibniz sagt, *peindre non*



*pas des paroles, mais les pensées* [nicht Äußerungen, sondern Gedanken abbilden]. (*BrL* 13–14.<sup>20</sup>)

Eine Wortsprache ist ein System von „aufs Ohr berechneten“ sinnvollen Zeichen (s. u. 394, 402). Die „aufs Auge berechneten“ Zeichen der Begriffsschrift repräsentieren – im Unterschied zu Inskriptionen deutscher Sätze – nicht akustische Zeichen. Sie repräsentieren vielmehr unmittelbar, was Frege (verwirrend abwechslungsreich) Inhalte, Sachen oder *pensées* nennt. Wenn man annimmt, dass er damit nichts anderes als begriffliche Inhalte meint, dann ist die Pointe dieser Charakterisierung, dass begriffliche Inhalte in einer BS *nicht auf dem Umweg über die Repräsentation von akustischen Zeichen* ausgedrückt werden. Insofern ist eine BS im Frege’schen Verständnis auch eine im Sinne Humboldts: sie ist keine ‘Phonographie’, sondern eine ‘Ideographie’.

EIN TERMINOLOGISCHER MISSGRIFF UND SEINE KORREKTUR. Die merkwürdige Nominalphrase ‘*lingua characterica*’, deren sich Frege zuerst in *BrL* 9 und zuletzt wohl in 1910, WB 124 bedient und die viele seiner Interpreten immer noch unbekümmert weiterverwenden, geht auf die nicht authentische Überschrift ‘*Historia et commendatio Linguae Charactericae Universalis ...*’ zurück, mit der R. E. Raspe in seiner Leibniz-Edition (‘*Cœuvres Philosophiques*’, 1765) Leibniz 1679 versehen hat und die J. E. Erdmann in seiner Ausgabe der ‘*Opera philosophica*’ Leibnizens (1839–40) übernommen hat.<sup>21</sup> Frege hat Erdmanns Ausgabe 1879 ausgeliehen (*Bibl* 25), und er zitiert wiederholt aus ihr.<sup>22</sup> Sie hat ihn (direkt oder *via* Trendelenburg) zu seinem Gebrauch jener Phrase verführt.<sup>23</sup> Leibniz verwendete sie nicht: er sprach

<sup>20</sup> Die Wendung „Zeichen von Zeichen“ ist uns oben schon bei Humboldt (und Hegel) begegnet.– Das französische Dictum im letzten Satz, das auch noch bei Champollion anklingt, findet sich in Leibniz 1677a, 181 [A III.2: 229]. Dieser Text ist enthalten in einem der neun Leibniz-Bände, die Frege zumindest im Winter 1879 ausgeliehen hat (*Bibl* 25). 1881 hielt Frege einen Vortrag über den Briefwechsel, den Leibniz und Christiaan Huygens mit dem Erfinder Denis Papin führten (in BSA, 93–96). In Freges Nachlass befand sich ein 28-seitiges Heft mit Auszügen aus Leibniz, das verloren gegangen ist (*Katalog* Nr. 112; vgl. auch Nr. 37, 51b, 113). Man sollte Freges Leibniz-Kenntnisse nicht unterschätzen.

<sup>21</sup> Vgl. S. XLIII u. 162–164 in Erdmanns Ausgabe.

<sup>22</sup> *BrL* 10; 1882b, 54; *GL* §§6, 17, 65.

<sup>23</sup> Trendelenburg 1867, 5–7, 15–18.

von einer ‘universellen Sprache (*Lingua universalis*)’ oder von einer *Characteristica universalis*.<sup>24</sup>

Schröder, dessen Leibniz-Referat weitgehend auf Trendelenburg basiert, ändert Raspes Überschrift diskret: ‘... linguae characteristicae ...’,<sup>25</sup> und auch Jourdain tauscht in seiner Übersetzung von Freges Notizen ‘characterica’ stillschweigend gegen ‘characteristica’ aus.<sup>26</sup> Aber ist das Resultat nicht genauso problematisch? Da jede Sprache ein Zeichensystem ist, scheint Freges [Schröders, Jourdain] Rede von einer ‘lingua character[ist]ica’ pleonastisch zu sein. Aber ist Leibnizens Konzept eines *character* nicht enger als der Zeichenbegriff? Manchmal erklärt er *character* jedenfalls als *nota visibilis*, und im strengen Sinn sind für ihn wohl nur „geschriebene, gezeichnete oder gemeißelte Zeichen“ *characteres*.<sup>27</sup> Das passt ja auch bestens zum Gebrauch von ‘*χαρακτήρ*’ als Bezeichnung für das Eingeritzte, Hineingekratzte, Aufgeprägte und (was für Leibnizens Sprachgebrauch mindestens ebenso wichtig ist) zur Verwendung des französischen Wortes ‘*caractère*’ im Sinn von ‘Schriftzeichen’. Und wenn Frege unter einer ‘lingua character[ist]ica’ eine reine Schriftsprache versteht, dann steht dieser Titel in Opposition zu ‘Wortsprache’ in unserem Exzerpt (vgl. auch 1895c), und er ist dann genauso wenig pleonastisch wie der Ausdruck ‘Zeichensprache’ als Bezeichnung der Gebärdensprache, in der sich Gehörlose verständigen.

Frege hebt die in seinen Augen wichtigste Eigenschaft einer BS hervor, wenn er im Anschluss an die eben angeführte Passage fortfährt:

Viel näher kommen die mathematischen Formelsprachen diesem Ziel, ja sie erreichen es zum Teil. Aber ... selbst die arithmetische reicht für ihr eigenes Gebiet nicht hin... [Ihr fehlt nämlich einer] der beiden Teile, aus denen jede ausgebildete Sprache bestehen muss. Man kann nämlich den formalen Teil, der in den Wortsprachen aus Endungen, Prae- und Suffixen und Formwörtern besteht, von dem eigentlich inhaltlichen unterscheiden. Die Zeichen der Arithmetik entsprechen dem letzteren. Was noch fehlt, das ist der logische Mörtel, durch den diese Bausteine fest mit einander

<sup>24</sup> Über die Anregungen, die Leibniz für die Konzeption einer solchen Sprache aus Oxford erhielt, informiert Cohen 1954.

<sup>25</sup> Schröder 1890, 94.

<sup>26</sup> Jourdain 1912, WB 288, 290. Er tut das vielleicht deshalb, weil Russell und Couturat in ihren Leibniz-Büchern die authentische Bezeichnung ‘*Characteristica universalis*’ verwenden (Russell 1900, 169–171, 282; Couturat 1901 u. 1903, *passim*).

<sup>27</sup> Leibniz 1688a, 916; 1688b, 93<sub>L</sub> [G 204; A VI.4A, 919].

verbunden werden können. Diesen vertrat bisher die Wortsprache und konnte daher ... im Beweise ... nicht entbehrt werden... Es ergibt sich hieraus die Aufgabe, Zeichen für die logischen Beziehungen aufzustellen, die geeignet sind, mit der mathematischen Formelsprache zu verschmelzen und so eine für ein gewisses Gebiet wenigstens vollständige Begriffsschrift zu bilden. Das ist die Stelle, wo meine kleine Schrift ansetzt. (*BrL* 14–15; vgl. *1882a*, 4.)

Was Frege hier über die Wortsprachen sagt, kann man sich an Beispielen wie ‘sitzt’, ‘ungefährlich’, ‘gefährlos’ und ‘nicht gefährlich’ klarmachen: der Stamm des Verbums und das Wort, das ein Affix trägt oder vor dem ‘nicht’ steht, gehört zum „inhaltlichen“, der Rest gehört zum „formalen Teil“ unserer Sprache. Auch Satzverknüpfers wie ‘und’ und ‘wenn ..., dann ---’ sind Formwörter. In *c.1883b*, NS 70 nennt Frege ‘alle’ und ‘einige’ Formwörter, und in *BuG* 194 bezeichnet er die „Copula als blosses Formwort der Aussage“, das „zuweilen durch die blosse Personalendung vertreten“ wird. An die stoische Unterscheidung zwischen kategorematischen und der synkategorematischen Ausdrücken anküpfend, hatte schon Leibniz gesagt:<sup>28</sup>

„Einfache Satztheile (*vocabula*) sind entweder Terme (*voces*) oder Partikeln (*particulæ*). Die Terme konstituieren den Inhalt der Rede (*materia orationis*) und die Partikeln ihre Form (*forma orationis*).“ [a].

„Die Lehre von den Partikeln (*la doctrine des particules*) ist wichtig, und ich wünschte, sie wäre detaillierter ausgearbeitet worden; denn nichts wäre geeigneter, uns die verschiedenen Verstandesformen (*les diverses formes de l'entendement*) erkennen zu lassen.“ [b]

Alle Satzelemente, die Frege zum „formalen Teil“ unserer Sprache zählt, findet man auch in Leibnizens Liste der Partikeln.

<sup>28</sup> Leibniz [a], A VI.4A: 882 (aus einer umfangreichen Abhandlung, die fast ausschließlich von den Partikeln handelt: 881–908, vgl. auch op. cit. 646–667); [b] N. E. III, 7 („Des particules“), § 3 [A VI.6: 330]. Winzige Ausschnitte der unter [a] angegebenen Texte wurden erstmals in Couturat 1903, 288–90, 291 Anm. veröffentlicht. Wie wir sehen werden, sind die logischen Operatoren für den Autor der *GG* zwar das BS-Gegenstück zu „Formwörtern“, aber sie sind *keine* synkategorematischen Ausdrücke: sie bedeuten Funktionen. (Bedenken gegen die Anwendung der stoischen Terminologie auf Frege und ein Vorschlag für eine geeignetere Nomenklatur finden sich unten in §4.)

Wie man unserem letzten Exzerpt aus *BrL* entnehmen kann, ist die arithmetische Formelsprache nicht so sehr, wie der Untertitel der *BS* („eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache ...“) suggeriert, Vorbild für eine Begriffsschrift,<sup>29</sup> sondern sie ist ein Fragment einer für das Gebiet der Arithmetik vollständigen *BS*, die auch den für das Führen von Beweisen notwendigen „logischen Mörtel“ enthält. Zum Lexikon einer *BS*, die für irgendein Gebiet Anspruch auf Vollständigkeit erheben will, müssen deshalb logische Junktoren, Quantoren und Variablen sowie der Identitätsoperator gehören:

Die arithmetische Formelsprache ist eine Begriffsschrift, da sie ohne Vermittelung des Lautes unmittelbar die Sache ausdrückt... Es fehlen ... der arithmetischen Formelsprache Ausdrücke für logische Verknüpfungen; und deshalb verdient sie den Namen einer Begriffsschrift nicht im vollen Sinne... / Ich habe nun versucht, die mathematische [genauer: die arithmetische] Formelsprache durch Zeichen für die logischen Verhältnisse zu ergänzen, sodaß daraus zunächst für das Gebiet der Mathematik [Arithmetik] eine Begriffsschrift hervorgehe, wie ich sie als wünschenswerth dargestellt habe. Die Verwendung meiner Zeichen auf andern Gebieten wird dadurch nicht ausgeschlossen. Die logischen Verhältnisse kehren überall wieder, und die Zeichen für die besondern Inhalte können so gewählt werden, daß sie sich in den Rahmen der Begriffsschrift einfügen. (*1882b*, 54; 55–56.)

Von Anfang an hatte Frege es ins Auge gefasst, das Vokabular einer *BS* für das Gebiet der Arithmetik zu erweitern durch Zeichen für die besonderen Inhalte der Geometrie, der Physik oder der Chemie.<sup>30</sup> Auf den „formalen Teil“ einer jeden Sprache, die den Namen einer *BS* im vollen Sinne verdient, hebt Frege im Untertitel seines Buches ab:

<sup>29</sup> Im Gegensatz zu Boole und seinen Gefolgsleuten vermeidet Frege es, Zeichen, die üblicherweise für arithmetische Operationen verwendet werden, die Rolle von logischen Operatoren spielen zu lassen; „denn es geht nicht an, dass in derselben Formel beispielsweise das +Zeichen theils im logischen theils im arithmetischen Sinne vorkomme“ (*1882a*, 4). Worin die „Nachbildung“ bei Frege besteht, werden wir in §2.1 und in 5-§4 sehen.

<sup>30</sup> *BS*, VI; *1882b*, 55–56. Deshalb verwendet Frege neben arithmetischen Exempeln auch Beispiele aus der Geometrie (*BS* §8; *1879b*), der Chemie (*BS*, §9) und der Physik (*BS*, §§2, 15). Vgl. Ostwald 1908, 102, 105 über die auch von ihm so genannte „Begriffsschrift“ der Chemie.

Da ich mich fürs erste auf den Ausdruck solcher Beziehungen beschränkt habe, die von der besonderen Beschaffenheit der Dinge unabhängig sind, so konnte ich auch den Ausdruck „Formelsprache des *reinen* Denkens“ gebrauchen. (BS, IV [meine Herv.]; vgl. ebd. §23.)

„Fürs erste“: – Frege betont immer wieder, dass eine BS mehr ist als eine „logische Formelsprache“; denn zu deren Lexikon gehören *nur* logische Junktoren, Quantoren und Variablen sowie der Identitätsoperator: Zeichen, die dem inhaltlichen Teil einer Wortsprache entsprechen, haben in ihr nichts zu suchen.

Ich wollte ... nicht einen blossen „*calculus ratiocinator*“, sondern eine „*lingua characterica*“ im leibnizischen Sinne schaffen, wobei ich jene schlussfolgernde Rechnung immerhin als einen nothwendigen Bestandtheil einer Begriffsschrift anerkenne. (1882a, 2; vgl. 1896a, 371.)

Als Bestandteil einer *Allgemeinen Charakteristik* ist auch der *Ableitungskalkül*, die Formelsprache des *reinen* Denkens, eine *Sprache*: man kann in diesem Kalkül Wahres und Falsches sagen, z. B. dass alles mit sich identisch ist oder dass ein Gegenstand, *x*, nur dann mit einem Gegenstand, *y*, identisch ist, wenn alles, was von *x* gilt, auch von *y* gilt. Ihre „Formeln“ (aus Freges zweidimensionaler Schreibweise in eine uns vertrautere Notation transkribiert) sind also nicht etwa *Satzschemata* wie

‘ $a=a$ ’ und ‘ $a=b \rightarrow (Fa \rightarrow Fb)$ ’,

die „nur die logische Form darstellen“,<sup>31</sup> sondern – um bei unseren Beispielen zu bleiben – richtige *Sätze* wie

‘ $\forall x (x=x)$ ’ und ‘ $\forall x \forall y (x=y \rightarrow \forall f (fx \rightarrow fy))$ ’.

(Vgl. 2-§1, 5-§4, 5-§6.) Die Komponenten der Sätze der Formelsprache des *reinen* Denkens entsprechen nur denjenigen Satzelementen, die zum themenneutralen, „formalen Teil“ der Wortsprachen gehören.

<sup>31</sup> 1882c, NS 53; genauso GL §91 Anm.; vgl. 1896a, 370. Frege hat dabei Booles „Darstellung der abstracten Logik“ im Auge, deren Formeln „nur leere Schemata“ sind (1882a, 7). Eine solche „abstracte Logik“ nennt er manchmal auch „symbolische Logik“ (BrL 10–14; 1910, WB 124).

Die Weise, wie Frege in den beiden letzten Auszügen aus *BrL* und *1882b* das Verhältnis zwischen der Formelsprache des reinen Denkens und der Formelsprache der Arithmetik charakterisiert, spricht nicht dafür, dass er damals schon glaubte, Arithmetik auf Logik reduzieren zu können. Er konnte an dem, was er hier sagt, auch festhalten, nachdem er den Traum von der Reduktion für ausgeträumt erklärt hatte.

Nach der Einführung der Sinn/Bedeutung-Distinktion charakterisiert Frege eine BS so: „[In einer BS vermag man] durch geschriebene oder gedruckte Zeichen ohne Vermittlung des Lautes unmittelbar *Gedanken* auszudrücken“ (*1904a*, 666, meine Herv.). Damit bleibt der Geist der ursprünglichen Charakterisierung im Vorwort zur BS insofern gewahrt, als ein Gedanke genau wie das, was Frege ehemals beurteilbaren begrifflichen Inhalt genannt hatte, mit dem ausgedrückten Inhalt nicht immer vollständig zusammenfällt.<sup>32</sup> Spätestens an dieser Stelle bekommt man nun aber den Eindruck, dass ‘BS’ eigentlich kein optimaler Titel ist, – der Sache nach wäre die Neuprägung (?) ‘Gedankenschrift’ weniger irreführend gewesen. Frege selber bestätigt diesen Eindruck, wenn er 1919 schreibt:

Das Eigenartige meiner Auffassung der Logik wird zunächst dadurch kenntlich, dass ich den Inhalt des Wortes ‘Wahr’ an die Spitze stelle, und dann dadurch, dass ich den Gedanken sogleich folgen lasse als dasjenige, bei dem das Wahrsein überhaupt in Frage kommen kann. Ich gehe also nicht von den Begriffen aus und setze aus ihnen den Gedanken [oder das Urteil] zusammen, sondern ich gewinne die Gedankenteile durch Zerfällung des Gedankens. Hierdurch unterscheidet sich meine Begriffsschrift von ähnlichen Schöpfungen Leibnizens und seiner Nachfolger trotz des von mir vielleicht nicht glücklich gewählten Namens. (*1919b*, NS 273.<sup>33</sup>)

<sup>32</sup> *Ged* 63b–64a. Freilich sind seine Kriterien für (1) die Identität des beurteilbaren begrifflichen Inhalts und für (2) die Identität des Gedankens verschieden. (1) ist nach BS §3 bei zwei Urteilen und den Sätzen, mit denen sie kundgegeben werden können, genau dann gegeben, wenn sie dasselbe inferentielle Potential haben. Zu (2) siehe unten 2-§5.2 u. 4-§11.

<sup>33</sup> (Ich habe mir erlaubt, eine potentiell irreführende Wendung in eckige Klammern zu setzen: vgl. *Ged*, Anm. 1 u. 3.) Vorläufer des Prioritätsprinzips, das im vorletzten Satz formuliert ist, finden sich in *BrL* 17; *1882a*, 5; *1882d*, WB 164 – und in Kants KrV A 68–69/B 93–94: Begriffe sind „Prädicate möglicher Urtheile“. Der letzte Satz ist vielleicht ein spätes Zugeständnis, dass Schröder in einem Punkte nicht ganz Unrecht hatte: Der Titel ‘BS’ ist „nicht

Nachfolger Leibnizens *bezüglich seiner Ansätze zu einem Ableitungskalkül* sieht Frege in Boole, Jevons, Robert Grassmann und Schröder. Für die Beweise, die in einer BS dank ihres Reservoirs an logischen Operatoren geführt werden können, haben logische Beziehungen zwischen Zeichen, die *Gedanken* ausdrücken, systematische Priorität gegenüber den logischen Beziehungen zwischen Zeichen, die *Begriffe* (Konzepte) ausdrücken; denn Begriffe (Konzepte) sind ihrem Wesen nach Gedankenfragmente. (Man beachte, dass Frege hier unter einem Begriff den *Sinn* eines Teils eines Gedankenausdrucks versteht – und nicht dessen Bedeutung im technischen Verstande dieses Wortes [s. u., §2.2].<sup>34</sup> Ich signalisiere diese Verwendungsweise durch den Zusatz ‘Konzept’ – und gebrauche dieses Wort in diesem Buch häufig, um gegen Verwechslung mit dem vorzubeugen, was Frege offiziell unter einem Begriff versteht.)

Zusammengenommen legen Freges Äußerungen über den Terminus ‘BS’ die folgende Charakterisierung nahe: Eine „logisch vollkommene Sprache (Begriffsschrift)“ (*SuB* 41a) ist ein System von schriftlichen Zeichen, in dem Gedanken direkt und mit maximaler Explizitheit ausgedrückt werden und in dem man lückenlose logische Beweise führen kann, für welche die Axiome und Schlussregeln der Junktorenlogik basal sind. Zum „formalen Teil“ einer BS gehört kein einziger singulärer Term und nur ein einziges Prädikat erster Stufe, der Identitätsoperator. Diese „Formelsprache des reinen Denkens“, die den Kern einer jeden BS bildet, kann durch die singulären Terme und Prädikate einer „strengen Wissenschaft“ (*Ged* 63b) zu einer BS erweitert werden, in der die Gesetze dieser Wissenschaft formulierbar sind. Freges Konzeption einer BS wird in ihren wesentlichen Zügen von Quine rekapituliert, wenn er von seiner „canonical notation“ spricht.<sup>35</sup>

correct and wäre eigentlich durch ‘Urtheilsschrift’ zu ersetzen“ (Schröder 1880, 87, Anm., wiederholt in Schröder 1890, 95 Anm.).

<sup>34</sup> Auch in einem späten Text wie *Vern* 150d verwendet er ‘Begriff’ für den Sinn eines Ausdrucks.

<sup>35</sup> Quine 1960, 226–232 („A Framework for Theory“) *et passim*.

## §2. Grundbegriffe – 1889 ff.

### §2.1. Funktion und Gegenstand.<sup>36</sup>

Zu den wesentlichen Ergebnissen der Arbeit Freges seit 1879, die in die *Grundgesetze* Eingang gefunden haben, gehört, dass „das Wesen der Function im Unterschiede vom Gegenstande schärfer als in [der] *Begriffsschrift* [§§ 9–10] gekennzeichnet“ ist (*Vorw X<sub>a</sub>*) – und erst recht schärfer als in den Schriften der Mathematiker, seit Leibniz ihr Vokabular um das Wort ‘*functio*’ ergänzt hat. Das präzisierte Konzept einer Funktion und sein Oppositum, das Konzept eines Gegenstandes, bilden das *eine* der beiden Begriffspaare, die für das Profil der Philosophischen Logik Freges seit den neunziger Jahren charakteristisch sind. Während Frege hier klärend und verallgemeinernd an einen „Grundsatz“ anknüpfen konnte, den er bereits 1884 formuliert hatte: „der Unterschied zwischen Begriff und Gegenstand ist im Auge zu behalten“ (*GL, X*), hat er die Konzepte der Bedeutung und des Sinns, die das *andere* Begriffspaar bilden, erst 1890 eingeführt.

Aus den komplexen Zahlbezeichnungen in der folgenden Reihe:

‘2+16’

‘5+16’

‘9+16’

kann man dadurch denselben „Funktionsausdruck“ oder dasselbe „Funktionszeichen“ (im Folgenden kurz ‘Funktork’ genannt<sup>37</sup>) er-

<sup>36</sup> VERGLEICHE: *BS* §§ 9–10; *1882b*, WB 164–165; *GL, X*, §§ 51, 66, 2.Anm.; *FuB*; *1892c*, NS 129; *BuG*; *GG I*, §§ 1–4; *1903c*, II: 371–372; *1904a*; *1910/11*, *Vorl* 11–13; *Vern* 155c–157c; *Ggf* 36b–37a.

LITERATUR: [FUNKTION vs. GEGENSTAND]: Black 1954, dazu Church 1956; Dummett 1955, FPL, Kap. 5–6 u. IFP, Kap. 8 u. 12; Furth 1968; Simons 1981b u. 1983; Martin 1983; Currie 1984; Kleemeier 1997, 204–226; Baker 2006; Textor 2010, Kap. 3. Vgl. unten 3-§8; 4-§2. [BESONDERE UNVOLLSTÄNDIGKEIT DES PRÄDIKATS?]: *nein*: Ramsey 1925, 59, 63; *ja*: Strawson 1959, 148–153; Dummett, FPL 27–33, dazu Geach 1975b, dazu Dummett, IFP 317–318; Textor 2009a. [GEGENSTAND *via* SINGULÄRER TERM?]: Dummett, FPL, Kap. 4; Künne 1983, Kap. 1, § 1; Hale 1987, Kap. 2; Kleemeier 1997, 313–323; Hale & Wright 2001, Kap. 1–2.

<sup>37</sup> Eine terminologische Anleihe bei Kotarbiński (Tarski 1935, Anm. 7) u. Carnap 1934, 1947.





zeugen, dass man die Ziffern, durch die sie sich unterscheiden, durch die Markierung einer Leerstelle ersetzt:

$$'( )+16'.$$

Diese Leerstelle gehört zum Funktor wie die Laffe zum Löffel: beide sind dazu da, mit etwas gefüllt zu werden. In der „Darlegung der Begriffsschrift“ in *GG I* markiert Frege solche Leerstellen durch kleine griechische Konsonanten, z. B. durch ein kleines Xi:

$$'ξ+16'.$$

An der heute gängigen Praxis, Kleinbuchstaben vom Ende des Alphabets als Leerstellen-Markierer *und* als gebundene Variablen zu verwenden, hätte Frege wenig Gefallen gefunden, da dies zwei ganz verschiedene Rollen sind (*1904a*, 665).– Aus den komplexen Zahlbezeichnungen in der nächsten Reihe:

$$'2+2^4'$$

$$'5+5^4'$$

$$'9+9^4'$$

kann man denselben Funktor erzeugen, indem man die Ziffern, durch die sie sich unterscheiden, jeweils an beiden Stellen ihres Vorkommens durch die Markierung einer Leerstelle ersetzt:

$$'( )+( )^4' \text{ bzw. } 'ξ+ξ^4'.$$

Durch die Verwendung derselben Klammersorte bzw. desselben griechischen Buchstabens für die Markierung der beiden Leerstellen wird signalisiert, dass der Funktor durch Vorkommnisse *derselben* Zahlbezeichnung zu füllen ist.– Durch Löschung aller Ziffern in den komplexen Zahlbezeichnungen '2+16', '5+625' und '9+6561' erhalten wir den plus-Funktor

$$'( )+[ ]' \text{ bzw. } 'ξ+ζ'.$$

Der Gebrauch verschiedener Klammersorten bzw. verschiedener Buchstaben (Xi und Zëta) für die Markierung der beiden Leerstellen zeigt an, dass dieser Funktor durch Vorkommnisse *verschiedener* Zahlbezeichnungen gefüllt werden darf. Die griechischen Buchstaben bzw. die Klammernpaare machen also nicht nur Leerstellen kenntlich, – sie enthalten auch ein 'Programm' für die Vorgehensweise bei ihrer Füllung. (Vgl. dazu etwa *1914b*, NS 259.) Von einem dritten Zweck, dem diese Zeichen dienen, wird schon bald die Rede sein.



Funktoren bezeichnen Funktionen:  $\xi+2^4$  beispielsweise bezeichnet die Funktion  $\xi+2^4$ . Füllt man die Leerstelle in einem solchen Funktor mit einem Zahlzeichen  $Z$ , so erhält man eine Bezeichnung des „Wertes“ der Funktion für das von  $Z$  bezeichnete „Argument“. <sup>38</sup> So ist der Wert der Funktion  $( )+2^4$  für das Argument 3 die Zahl 19. Die Funktoren  $( )+2^4$  und  $( )+4^{2^2}$  bezeichnen dieselbe Funktion; denn die Funktion  $( )+2^4$  hat für dasselbe Argument stets denselben Wert wie die Funktion  $( )+4^2$ , und wenn eine Funktion  $f$  für alle Argumente denselben Wert hat wie die Funktion  $f^*$ , dann handelt es sich um ein und dieselbe Funktion. – Freilich wird diese These von einer (wirklichen oder vermeintlichen) Aporie überschattet, die wir in §2.5 erörtern werden. Nur wenn  $X$  und  $Y$  *Gegenstände* sind, kann eine Feststellung der Form ‘ $X$  ist mit  $Y$  identisch’ korrekt sein. Nun sind Funktionen für Frege (wie wir bald sehen werden) keine Gegenstände. Also kann man über sie eigentlich nicht Feststellungen dieser Form treffen (1892c, NS 132). Nur der „Wertverlauf“ von  $X$  kann buchstäblich derselbe sein wie der Wertverlauf von  $Y$ ; denn Wertverläufe sind Gegenstände (s. u. §2.4). Das Zusammenfallen des Wertverlaufs ist eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür, dass zwischen den Funktionen die Beziehung besteht, die der Identität bei Gegenständen entspricht.

Nicht zuletzt durch die sorgfältige Unterscheidung von Funktionsausdruck und Funktion will Frege vermeiden, was „der mathematischen Zeitkrankheit der Vermengung des Zeichens mit dem Bezeichneten Vorschub leisten könnte“. Er hat für diese „Epidemie“ unter seinen Kollegen sogar einen medizinischen Terminus eingeführt: „*morbus mathematicus recens*“.<sup>39</sup>

Bislang hatten wir es nur mit Funktionen zu tun, deren Wert für ein gegebenes Argument eine Zahl ist. Diese Einschränkung hebt Frege in zwei Schritten auf. Nennen wir einen Ausdruck, der kein Satz ist und der (wenn er seine Bestimmung erfüllt) einen einzelnen Gegenstand bezeichnet, einen singulären Term.<sup>40</sup> Nicht nur in einem

<sup>38</sup> In einer seiner Verwendungsweisen bedeutet das lateinische Wort ‘*argumentum*’ nicht: Argument für eine These, sondern: Gegenstand, Sujet. (Das ‘*argumentum orationis*’ ist der Gegenstand, von dem eine Rede handelt.) Diese Verwendungsweise dürfte hinter dem (heute aus der Mode gekommenen) mathematischen Gebrauch des Wortes ‘Argument’ stehen.

<sup>39</sup> n.1898, NS 172–173; 1914b, NS 241. Vgl. *GG I*, 4 (in 5-§5 mitsamt Carnaps Kommentar zitiert).

<sup>40</sup> Kein Frege’scher Terminus. Die Ausdrücke ‘(der Planet) Uranus’, ‘(der